

Guide méthodologique

Diffusion des efforts concentrés

Efforts de précontrainte et des appareils d'appui



Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE



ministère
des Transports
de l'Équipement
du Tourisme
et de la Mer

Modifications et compléments au guide diffusion sur la précontrainte. Octobre 2008.

1) Commentaire sur le paragraphe 4.5.1 page 27: Vérification de l'intégrité du béton

Par exception à la règle générale sur les actions à prendre en compte (page 9), la vérification de l'intégrité du béton s'effectuera à l'ELS sous actions caractéristique avec la force de précontrainte F sans coefficient $\gamma_{p,unfav}$. La détermination des armatures (coutures de première zone et équilibre général) se fera à l'ELU avec la force de précontrainte $F_d = \gamma_{p,unfav} F$.

2) Commentaire sur le paragraphe 4.5.2 page 28 relatif au coefficient minorateur

La vérification de l'intégrité du béton se faisant à l'ELS caractéristique et non pas à l'ELU, le coefficient de réduction $\left(0,2 + 0,8 \times \sqrt{\frac{|\tau^*| - \sigma^*}{f_{csd}}}\right)$ utilisé pour calculer les armatures d'équilibre général avec les efforts ELU et la précontrainte F_d sera borné à 1.

Le critère $|\tau^*| - \sigma^* \leq f_{csd}$ est vérifié à l'ELS sans le coefficient $\gamma_{p,unfav}$, alors que la détermination des armatures s'effectue à l'ELU avec le coefficient $\gamma_{p,unfav}$ sur la précontrainte.

3) Commentaire sur la formule donnant les armatures d'équilibre général, paragraphe 4.6 page 30

a) Erreur dans la formule page 30 donnant les armatures d'équilibre général.

$$\left(|V^* + V| - N^*\right)_{réduit} = \left(|V^* + V| - N^*\right) \times \left(0,2 + 0,8 \times \sqrt{\frac{|\tau^* + \tau| - \sigma^*}{f_{csd}}}\right)$$

Il faut bien sûr lire :

$$\left(|V^*| - N^*\right)_{réduit} = \left(|V^*| - N^*\right) \times \left(0,2 + 0,8 \times \sqrt{\frac{|\tau^*| - \sigma^*}{f_{csd}}}\right)$$

$$\text{et } A_{sc\text{ réd}} = \frac{\left(|V^*| - N^*\right)_{réduit}}{f_{yd}}$$

Le terme V, apporté par les effets RDM seuls est déjà pris en compte dans le terme V^* .

b) Prise en compte de l'inclinaison des bielles.

Par souci de cohérence avec l'Eurocode 2 qui permet de considérer des bielles d'inclinaison variable, les formules donnant $A_{sc\text{ réd}}$ sont modifiées comme suit :

$$A_{sc\text{ réd}} = \frac{\left(|V^*| \tan(\theta) - N^*\right)_{réduit}}{f_{yd}}$$

avec :

$$\left(|V^*| \tan(\theta) - N^*\right)_{réduit} = \left(|V^*| \tan(\theta) - N^*\right) \times \left(0,2 + 0,8 \times \sqrt{\frac{|\tau^*| - \sigma^*}{f_{csd}}}\right)$$

où :

- θ est compris entre $26,5^\circ$ ($\arctan 0,5$) et 45° hors section d'about dans les âmes. (l'EC2 autorise de descendre à $21,8^\circ$, par mesure de prudence, l'inclinaison sera limitée à $26,5^\circ$ dans les zones comportant des ancrages).
- Pour les hourdis, nous prendrons les limites fixées par l'Eurocode paragraphe 6.2.4 (4).
- θ égal à 45° en section d'about.

4) Remarque sur le placement des aciers, paragraphe 4.6 page 30, figure 27

Le guide recommande de placer les aciers de la façon suivante :

- on divise la longueur de régularisation L_R en trois zones d'égales longueurs ;
- on dispose A_e sur une longueur au maximum égale à $1,2 c$ (armatures locales), en positionnant les premiers aciers au plus près de l'ancrage ;
- on complète, si nécessaire, de façon à avoir au moins $2/3 A_{sc}$ sur le premier tiers de L_R et A_{sc} sur les deux premiers tiers de L_R .

Cette règle ne s'applique qu'au surplus d'acier entraîné par la diffusion. Les aciers d'effort tranchant trouvés par les règles classiques d'équilibre des bielles conserveront bien évidemment une répartition régulière.

5) Complément sur les aciers situés derrière l'ancrage, paragraphe 4.6 page 30, figure 27

Dans le cas d'une section d'about provisoire, les aciers situés derrière l'ancrage (dans la direction opposée au câble ancré), pourront éventuellement être omis. Cela est souvent le cas en pratique dans les ouvrages sans que cela occasionne de pathologie.

6) Modification : Aciers d'entraînement, paragraphe 4.6 page 31, dispositions complémentaires

σ est la contrainte de compression (ou de traction) à l'ELS caractéristique et non la contrainte à l'ELS quasi-permanent.

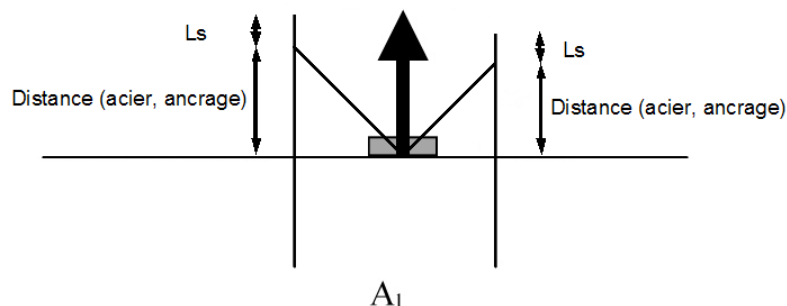
On comptera comme aciers d'entraînement tous les aciers longitudinaux traversant Ω .

a) Longueur des aciers d'entraînement devant l'ancrage (du côté du câble ancré)

Les aciers d'entraînement règnent devant l'ancrage sur une longueur égale à la longueur d'ancrage augmentée de la distance de l'acier considéré au centre de l'ancrage, soit :

$$L_{aval} = \text{distance (acier, ancrage)} + L_s$$

L_s désigne la longueur d'ancrage des aciers considérés.

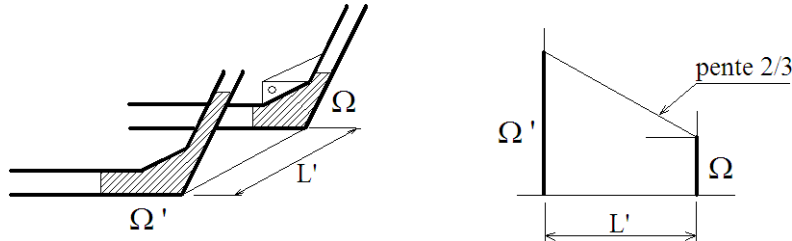


b) Longueur des aciers d'entraînement derrière l'ancrage (du côté opposé au câble ancré)
 Pour calculer la longueur sur laquelle les aciers d'entraînement devront régner derrière l'ancrage, il convient de calculer la longueur L' définie comme suit :

L' est la longueur minimale pour laquelle on obtient :

$$F_d/2 - \sigma \times \Omega' = 0 \text{ ou } F_d/4 - \sigma \times \Omega' = 0$$

avec Ω' , la section Ω dilatée avec une pente de 2/3, prise à une distance L' de l'ancrage



Cette longueur L' sera bornée à L_r où L_r est la plus grande des deux longueurs de régularisation (horizontale et verticale). Dans le cas où $\sigma < 0$, ce sera bien évidemment cette dernière valeur qui sera adoptée.

Pour simplifier, on pourra prendre directement $L' = L_r$

Les aciers d'entraînement régneront derrière l'ancrage sur une longueur égale à $l_s/2 + L'$

Remarque : dans le cas des ponts à voussoirs, les aciers d'entraînement régneront sur une longueur de voussoir de part et d'autre de l'ancrage par souci de simplification.

Remarque 2 : dans le cas des ponts à voussoirs préfabriqués, il n'y a pas d'aciers traversant les joints.

7) Bossage de câble intérieur au béton paragraphe 4.8 page 32: Aciers A_I

Par souci de sécurité, les aciers A_I proposés par le guide seront légèrement augmentés :

$$A_I = \frac{0,20 F_d}{f_{yd}}$$

Guide méthodologique

Diffusion des efforts concentrés

Efforts de précontrainte et des appareils d'appui



collection les outils



Ont participé à la rédaction de ce document :

- Robert Chaussin : Ingénieur Général des Ponts et Chaussées, CGPC ;
- Bernard Gausset : directeur technique, ARCADIS ;
- Roger Lacroix : expert – consultant ;
- Daniel Lecointre : ex-directeur technique, Sétra/DGO ;
- Pierre Xercavins : Px-Dam consultants.

Les dessins ont été effectués par Jean-François Derais, Sétra/DGO.



Préface

En France, du point de vue réglementaire, le traitement des zones d'application des forces concentrées est l'objet de l'article A.8.4 des Règles BAEL et du chapitre 8 des Règles BPEL, complété par l'annexe 4 de celles-ci. Les notices d'agrément des systèmes de précontrainte fournissent aussi quelques éléments de dimensionnement du ferrailage des zones d'ancrage des câbles de précontrainte. C'est en effet à propos de la diffusion des efforts apportés par la précontrainte que l'on rencontre aujourd'hui la majorité des difficultés de traitement de ces zones particulièrement délicates ; l'augmentation continue de la puissance unitaire des câbles de post-tension et le développement de la précontrainte extérieure ont rendu encore plus aigu le problème du dimensionnement des zones d'ancrage, qui donnent fréquemment lieu à des fissurations de caractère pathologique.

La difficulté du dimensionnement des zones d'ancrage est tout d'abord **d'ordre théorique** :

- le problème est tridimensionnel, et de plus le principe de NAVIER, d'emploi si commode pour la détermination des sollicitations et des contraintes dans un élément élancé, n'est plus valide au voisinage immédiat des points d'application des forces concentrées. La variété des formes des structures qu'il est nécessaire d'envisager, dalles, poutres simples ou multiples, caissons, ... complique encore le problème.
- la théorie de l'élasticité a servi de base à une étude fort détaillée et rigoureuse de GUYON qui en a déduit des règles très utiles aux projeteurs à l'époque où les unités de précontrainte étaient d'une puissance limitée ; mais cette approche elle-même est défailante dès que le béton est fissuré, ou même micro-fissuré ; en outre, même les logiciels de calcul aux éléments finis appréhendent avec peine l'adaptation du béton, dont les propriétés mécaniques sont très éloignées de celles d'un corps d'élasticité parfaite, linéaire et réversible.

- la méthode des bielles appliquée il y a un demi-siècle par LEBELLE aux semelles de fondation sur pieux est susceptible d'apporter un éclairage au problème sans toutefois le résoudre complètement en raison de la multiplicité des schémas possibles et du risque qui en résulte d'interprétations erronées de la représentation graphique du cheminement des efforts dans une pièce de béton armé de formes plus ou moins complexes.

Sur le plan pratique, les difficultés proviennent de dispositions constructives maladroites, ou d'un défaut de coordination entre les textes régissant les systèmes de précontrainte et les règles de calcul, ou davantage encore d'une congestion excessive des armatures dans les zones d'ancrage, qui compromet le bon remplissage des coffrages.

De plus, dans nombre de cas, les textes se prêtent à des interprétations divergentes, ce qui donne lieu à discussions et quelquefois litiges entre bureaux d'études et contrôleurs. Force est de reconnaître en effet que, pour la plupart, les prescriptions des règlements actuels ne sont qu'un recueil de recettes, souvent inspirées abusivement des règles de la résistance des matériaux dont nous récusons plus haut l'application.

Au terme de notre analyse, il est apparu qu'une grande partie des difficultés d'application de l'annexe 4 du BPEL venait du vocabulaire tel que « prisme de première diffusion, efforts de surface, d'éclatement... », mais que l'actuelle approche semi-empirique basée sur le calcul de contraintes de cisaillement, avec des « longueurs de diffusion » et des formules ajustées sur de nombreux exemples, pouvait être conservée.

L'Eurocode 2 est très discret sur la présente question. La rédaction proposée devrait pouvoir s'y insérer avec, s'il y a lieu, des retouches de vocabulaire.



Sommaire

Préface	3
Introduction	7
Conventions utilisées	9
Actions à prendre en compte	9
Terminologie et notations	9
Principes de calcul	11
1 – Le problème et son importance pratique	11
2 – Les approches du problème	12
2.1 – Les essais	12
2.2 – Le calcul	12
3 – Les méthodes pratiques de quantification	12
3.1 – Le calcul élastique	12
3.2 – La méthode des bielles	13
3.3 – La méthode « analytique »	13
4 – Les principales modifications apportées à la méthode analytique	14
4.1 – Première régularisation – Prisme symétrique – prisme local	14
4.2 – Equilibre général	14
4.2.1 - Principes	14
4.2.2 - Longueurs de régularisation	16
4.2.3 - Les contraintes conventionnelles d'équilibre général	16
4.2.4 - Les armatures d'équilibre général	16
Règles de calculs	17
1 - Problème posé	17
2 - Longueur de régularisation	17
Cas particuliers	19
Structure composée d'éléments identiques	19
Cas de précontrainte transversale localisée	19
3 - Prisme local	19
3.1 - Généralités	19
Ancrages	19
3.2 - Implantation des ancrages – Rectangle d'impact	20
3.3 - Géométrie du prisme local	21
3.3.1 - Ancrages isolés	21
3.3.2 - Groupements d'ancrages	21
3.3.3 - Conditions géométriques	21
3.4 - Ferrailage du prisme local	21

4 - Calculs de diffusion de précontrainte	22
4.1 - Principe de justification	22
Convention de signes propre à ce document	23
4.2 - Cas simple : un seul câble rectiligne parallèle à la fibre moyenne	24
4.3 - Cas avec câble incliné et courbe	24
4.4 - Cas d'une zone d'about avec réaction d'appui	26
4.5 - Vérifications	27
4.5.1 - Vérification de l'intégrité du béton	27
4.5.2 - Détermination des armatures de diffusion	27
4.5.3 - Positionnement des armatures	28
4.6 - Cas où l'ancrage n'est pas en section d'about	29
Dispositions complémentaires	31
4.7 - Cas particulier des forces concentrées autres que celles des ancrages de précontrainte	31
4.7.1 - Appareils d'appui à contrainte sur le béton modérée	31
4.7.2 - Appareils d'appui à contrainte sur le béton élevée	32
4.7.3 - Dispositions constructives	32
4.8 - Cas particulier des bossages d'ancrage	32
4.8.1 - Justification de l'accrochage du bossage à la poutre	32
4.8.2 - Diffusion dans l'ensemble de la poutre de l'effort apporté par le bossage	33
Récapitulation du calcul de diffusion	35
1 - Prisme local	35
Ferrailage du prisme local	35
Armatures de couture de première zone	36
2 - Zone de régularisation	36
Longueur de régularisation	37
Vérification des contraintes et calcul des armatures à disposer sur la zone de régularisation	37
Armatures d'équilibre général	38
3 - Positionnement des armatures	38



Introduction

Sans être spécifique au béton précontraint, c'est dans cette technique que l'on a des efforts concentrés de façon systématique en post-tension du fait des ancrages, et d'une manière un peu différente dans la technique dite des « fils adhérents » puisque dans ce cas il y a étalement des efforts sur la longueur d'ancrage.

Mais dans les deux cas, ces efforts, qui créent une tendance à l'éclatement perpendiculairement à la compression, nécessitent des dispositions spécifiques.

Les produits à fils adhérents sont fabriqués en usine de façon industrielle ; ils font l'objet de procédures définissant la qualité du béton, les cycles opératoires (chauffage en général), les qualités d'adhérence des fils et des torons, l'espacement minimal entre eux et, s'il y a lieu, les armatures transversales nécessaires dans les zones d'ancrage. De fait, c'est un recours à l'expérimentation sur des produits industriels qui remplace les calculs.

Pour les ancrages de câbles, l'expérimentation reste valable pour des blocs isolés, mais les configurations très diversifiées que l'on peut rencontrer imposent des justifications par le calcul.

Ce qui est développé ci-après peut servir de base à l'analyse d'autres efforts concentrés appliqués sur le béton. Toutefois, le cas des ancrages présente les particularités suivantes :

- les ancrages sont des objets faits en série et ayant fait l'objet d'essais spécifiques pour être incorporés dans le béton. Le but essentiel de ces essais est la définition d'un ferrailage minimal à mettre dans un bloc de dimensions minimales, tel que derrière celui-ci, dans la direction de l'effort exercé par la précontrainte, la compression moyenne σ_b respecte la réglementation pour le béton de la structure auquel il appartiendra, c'est-à-dire en l'état actuel du règlement :

$$\sigma_b \leq 0,6f_{ct}(t_0)^1$$

¹ Référence norme EN1992-1-1. § 5.10.2.2

- le ferrailage minimal doit permettre un contrôle satisfaisant de la fissuration du béton entourant un ancrage isolé. Mais la diffusion des contraintes ignore les limites de ce bloc, elle est tri-dimensionnelle, et concerne les faces latérales au moins autant que la face frontale du bloc.

On ne peut donc pas concevoir un bon ferrailage via la succession d'un ferrailage pour le bloc, puis d'un ferrailage d'ensemble.

La multiplicité des configurations géométriques des zones dans lesquelles les ancrages sont incorporés nécessite des règles pour passer du ferrailage du bloc à celui des « zones d'ancrage ». L'extension conventionnelle de ces zones d'ancrages correspond à la limite à partir de laquelle les efforts dus aux ancrages sont supposés répartis conformément à la théorie des poutres (respect de la loi de NAVIER sur une section complète de poutre).

Nous avons conservé l'approche du BPEL par la méthode « analytique », avec des formulations ayant les mêmes formats – ceux de la résistance des matériaux – et la priorité accordée aux contraintes de cisaillement.

Pour le calcul des contraintes limites de cisaillement, la limitation est basée sur sa **valeur moyenne**, étant bien évident que la grande hétérogénéité de la distribution entraîne des valeurs locales plus grandes. Mais la résistance du béton est elle-même plus grande, y compris en traction et cisaillement, que pour des champs de contraintes uniformes.

Le dimensionnement des armatures transversales de diffusion résulte d'un calcul d'ensemble d'équilibre général, et d'un calcul d'une section à disposer « près » de l'ancrage.

La section à disposer « près de l'ancrage » intègre l'incidence éventuelle de l'inclinaison de l'effort, et celle de sa proximité au parement, de façon à inclure l'effet spécifique de « coin » auquel l'ancrage peut donner lieu. Ce ferrailage inclut également ce qui était appelé « effet de surface », qui ne fait plus l'objet d'un dimensionnement spécifique. On n'insistera jamais assez sur le caractère conventionnel, pour la commodité du dimensionnement, de la délimitation entre zone dite de première diffusion, et calcul d'équilibre général : les armatures continues à l'intérieur de ce volume sont les seules à être vraiment efficaces.

Il n'a pas été conservé la subdivision en panneaux distincts pour les sections en caisson. Deux longueurs de régularisation communes à tous ces panneaux sont définies en fonction des dimensions hors tout de la section, hauteur et largeur, et de la répartition des ancrages.

L'ajustement des valeurs numériques proposées a été fait à partir de la pratique actuelle de dimensionnement, sanctionnée par l'expérience. Cet ajustement intègre la participation du béton cisailé via un coefficient réducteur de la section d'armature calculée sans cette participation, coefficient jamais nul afin d'obtenir un ferrailage minimal.

Il a paru indispensable de joindre au nouveau texte quelques exemples d'application.

Enfin, le texte n'a pas la prétention de couvrir de façon « automatique » tous les cas que l'on peut rencontrer.



Conventions utilisées

Pour que ce document puisse être utilisé dans un avenir proche, il nous a paru opportun d'employer les notations et les prescriptions de l'Eurocode 2.

Actions à prendre en compte

Les efforts appliqués (charges, réactions d'appui) sont les efforts calculés à l'ELU.

La valeur de la précontrainte prise en compte est, conformément à l'article 2.4.2.2.(3) de l'EC2, la force de précontrainte F multipliée par un coefficient γ_{pr} égal à 1,2. Nous l'appellerons F_d

$$F_d = \gamma_{pr} \times F$$

Terminologie et notations

La résistance en compression du béton est f_{cd} (voir tableau 3.1 de l'Eurocode 2).

Pour la résistance en traction, on prend conformément à l'article 8.10.3.(2), la valeur inférieure de la résistance en traction du béton, soit $f_{ctk,0.05}$ (voir tableau 3.1). On rappelle que $f_{ctk,0.05} = 0,7 f_{ctm}$, avec f_{ctm} résistance moyenne à la traction du béton.

Nous utiliserons également $f_{ctd} = 1,2 f_{ctk,0.05} (t_0)$ avec f_{ctd} , la valeur de calcul de la résistance en cisaillement.

La résistance des armatures passives est la résistance de calcul, soit

$$f_{sd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s},$$

avec $\gamma_s = 1,15$. Dans la suite, nous limiterons la valeur f_{yk} à 500 MPa. (cf. « Règles de calcul » § 4.5.2)

Principes de calcul

Cette partie fait le bilan des connaissances acquises sur le sujet et explique, d'un point de vue théorique, le principe de la démarche proposée dans ce document. Elle s'adresse à un public averti et connaissant les règlements français BAEL et BPEL. Le chapitre suivant explique d'un point de vue pratique la démarche proposée.

1 – Le problème et son importance pratique

Au voisinage d'une section S_A où sont ancrées des armatures de précontrainte, la distribution des contraintes s'écarte notablement de celle qui résulte des règles habituelles de la Résistance des Matériaux.

Dans cette zone, on est en effet à proximité immédiate des points d'application d'un système de forces concentrées importantes et les conditions du principe de SAINT-VENANT² ne sont pas respectées, non plus, du reste, que celles du principe de NAVIER³.

L'étendue du problème s'est révélée, en post-tension, à partir du moment où l'utilisation d'unités suffisamment puissantes est devenue systématique,

par l'observation d'un certain nombre de désordres plus ou moins sérieux.

Parmi les **désordres mineurs**, on peut relever ceux qui se manifestent par la formation de fissures suivant le tracé des câbles : ces fissures de faible ouverture, inertes, de direction sensiblement symétrique par rapport à un plan vertical de celle des fissures potentielles d'effort tranchant en service ne nécessitent a priori aucun renforcement mécanique.

Dans la catégorie des **désordres majeurs**, signalons ceux qui affectent parfois le voisinage des ancrages des câbles de continuité ancrés dans le hourdis inférieur des poutres-caissons : fissures en arêtes de poisson pouvant remonter dans les âmes (avec des inclinaisons sur la fibre moyenne beaucoup plus prononcées que ne l'indiquent les théories classiques relatives à l'effort tranchant et rendant problématique la tenue des étriers) ou cheminer le long de leur jonction avec la membrure inférieure (d'où risque de voir la partie de cette membrure qui contient les câbles se désolidariser du reste de la structure), fissures de « décompression » en amont des ancrages.

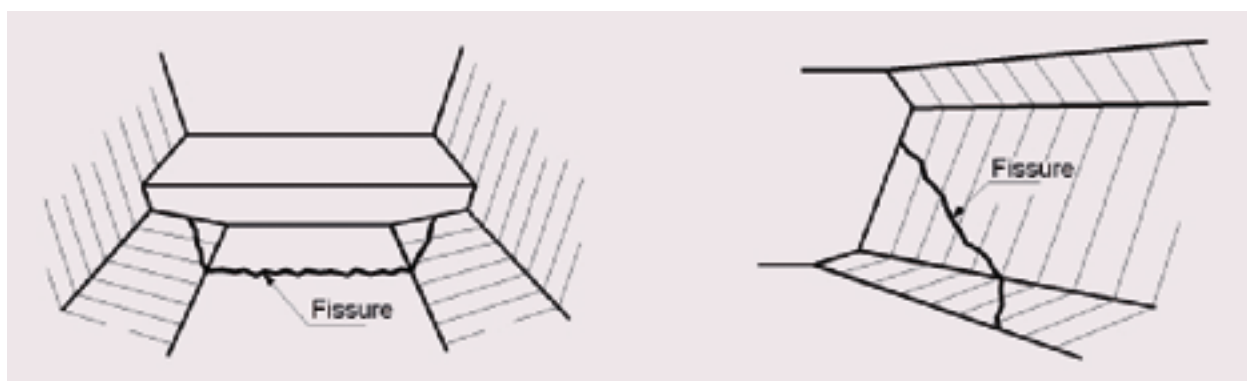


Fig. 1. - Fissures de diffusion

² Ce principe énonce que, pourvu qu'on se place suffisamment loin des points d'application d'un système de forces, les contraintes qu'il génère ne dépendent que de ses éléments de réduction.

³ C'est le principe de conservation de la planéité des sections droites.

2 – Les approches du problème

Pour quantifier le phénomène, deux grandes voies d'approche sont a priori envisageables :

- les essais ;
- le calcul.

2.1 – Les essais

On peut songer à instrumenter soit des ouvrages réels en cours de construction, soit des corps d'épreuve que l'on sollicite en laboratoire.

Dans un cas comme dans l'autre, le procédé trouve très vite ses limites : le nombre de configurations à étudier est énorme (multiplication des paramètres géométriques pour la définition des sections, l'implantation des ancrages, le façonnage et la localisation des armatures passives) ; la mise en place d'une instrumentation pertinente pose des problèmes délicats et l'interprétation des résultats de mesure ne donne au mieux que des indications fragmentaires.

2.2 – Le calcul

Une étude par le calcul, pour être totalement satisfaisante, devrait tenir compte de deux phénomènes pratiquement inévitables à proximité immédiate des ancrages :

- la plastification locale du béton ;
- sa fissuration qui provoque des redistributions de contraintes.

Il faudrait donc modéliser non seulement le béton de la structure, mais également ses armatures ainsi que la liaison entre ces différents matériaux.

Certains chercheurs se sont attachés, avec plus ou moins de bonheur, à développer des modèles répondant à ces exigences. Les meilleurs arrivent à reproduire des schémas de fissuration plausibles, tels qu'on peut en observer dans les cas pathologiques. Mais la quantification des ouvertures de fissure et des sollicitations dans les armatures demeure très incertaine faute d'une confrontation systématique avec les mesures expérimentales, par ailleurs bien rares.

Toujours est-il qu'à l'heure actuelle, aucun de ces outils de calcul ne peut être considéré comme opérationnel.

3 – Les méthodes pratiques de quantification

A défaut d'une approche plus satisfaisante, plusieurs méthodes de calcul ont été proposées :

- le calcul élastique ;
- la méthode « des bielles » ;
- le calcul « analytique ».

3.1 – Le calcul élastique

C'est GUYON qui a été le précurseur en la matière puisque, dès le début des années 50, il publiait dans son ouvrage « Béton précontraint – Etude théorique et expérimentale » une série de tables et abaques donnant la répartition élastique des contraintes dans une poutre de section rectangulaire soumise à des forces concentrées appliquées à son extrémité. Cette étude, simplement bi-dimensionnelle compte tenu de la rusticité des moyens de calcul de l'époque, permettait, au moins dans les cas simples, de se faire une bonne idée du champ de contraintes au voisinage d'une section d'ancrage et de dimensionner raisonnablement les armatures passives dans cette zone.

A notre époque, l'emploi généralisé des programmes de calcul aux éléments finis permet, toujours dans le cadre de l'élasticité, d'aborder sans difficulté majeure, les configurations les plus complexes.

Il reste alors à vérifier, par utilisation de critères appropriés sur les contraintes, que le dimensionnement du béton est acceptable, puis à déterminer un ferrailage afin de maîtriser la fissuration. Pour cette détermination, ont été proposées différentes méthodes qui n'ont de scientifique que l'apparence puisqu'elles impliquent toutes une contradiction fondamentale : il s'agit en effet de définir, à partir de l'équilibre élastique dans un matériau continu, des armatures qui, en fait, ne peuvent vraiment travailler que dans la mesure où ce matériau perd sa continuité par fissuration.

La moins choquante, et donc la plus utilisée de ces méthodes, est la règle des coutures. Elle consiste, après avoir choisi pour disposer les armatures, trois directions sensiblement orthogonales entre elles (ce choix est, en pratique, conditionné très fortement par la géométrie de la pièce) à définir localement, dans chaque direction, la section des aciers par :

$$\frac{dA_s}{d\Omega_s} = \frac{|\tau| - \sigma}{\sigma_{lim}}$$

Dans cette formule, $\frac{dA_s}{d\Omega_s}$ représente la densité du ferrailage dans la direction considérée, τ et σ les composantes tangentielle et normale de la contrainte sur la facette perpendiculaire à cette direction (étant

précisé que σ est comptée positivement s'il s'agit d'une compression), enfin $\sigma_{s,lim}$ la contrainte de traction maximale acceptée dans les aciers.

3.2 – La méthode des bielles

Cette méthode, connue depuis des lustres, est utilisée avec succès pour dimensionner les armatures des semelles de fondation, notamment des semelles sur pieux. Il est extrêmement facile, dans la plupart de ces cas, de visualiser le cheminement des efforts à travers la semelle entre la structure portée et le sous-jacent. Ces efforts sont supposés se transmettre par l'intermédiaire de bielles comprimées découpées dans le béton, dont l'équilibre est à assurer par des tirants matérialisés par les armatures, l'ensemble de ces bielles et tirants formant un treillis spatial.

Différents ingénieurs ont proposé d'élargir le champ d'application de la méthode à toutes les zones de structures où la Résistance des Matériaux classique ne s'applique pas, notamment donc à proximité des sections de poutres où sont ancrés des câbles de précontrainte.

Des indications très fragmentaires sont données dans les Eurocodes sur le sujet, mais dans les configurations un tant soit peu complexes une large part d'incertitude subsiste dans le choix du tracé des bielles et des tirants, même s'il est conseillé d'étayer ce choix sur une analyse élastique. Au cas où ce préalable d'un calcul élastique est considéré comme incontournable, la méthode des bielles apparaît comme une variante, au mieux améliorée, de celle décrite en 3.1. Le dimensionnement et le façonnage très aléatoires des armatures qui en découlent permettent sans doute d'assurer la sécurité, mais la maîtrise de la fissuration reste problématique.

3.3 – La méthode « analytique »

Les principes généraux de cette méthode empirique ont été introduits par GUYON lui-même pour éviter le recours systématique à ses tables et abaques lorsqu'on s'écarte du cas le plus simple de la force normale centrée appliquée à l'about d'une poutre de section rectangulaire (règles du « prisme symétrique », du « compartimentage », des « résultantes successives » ...).

Ces règles simplificatrices ont été adaptées avec plus ou moins de bonheur par les rédacteurs des codes français de calcul du béton précontraint (IP2, puis versions successives du BPEL).

Schématiquement, dans la version 91 du BPEL, ces règles consistent, pour une poutre constituée d'un assemblage de panneaux rectangulaires, à étudier l'étalement des forces de précontrainte dans le feuillet

moyen de chacun des panneaux puis dans la direction perpendiculaire. Cet étalement est censé s'effectuer en deux temps :

- tout d'abord à l'intérieur d'un prisme symétrique, au droit duquel on applique les résultats remarquables obtenus par GUYON ;
- puis sur une zone de régularisation, dont la longueur l_r (entre la section d'ancrage S_A et la section S_R où les contraintes sont régularisées) est particulière au panneau étudié. Pour ce faire, la portion de panneau comprise entre S_A et S_R est considérée comme une poutre-cloison de hauteur l_r et d'axe longitudinal perpendiculaire à celui de la poutre. Les sollicitations qui s'y développent, dites d'équilibre général, permettent d'évaluer des contraintes moyennes, puis de dimensionner et d'implanter des armatures.

Le présent document reprend cette méthode analytique, en lui apportant différentes améliorations de façon à limiter, dans la mesure du possible, les imperfections, révélées à l'usage, qu'elle contenait dans sa version du BPEL 91.

4 – Les principales modifications apportées à la méthode analytique

4.1 – Première régularisation – prisme symétrique – prisme local

Selon les définitions du BPEL, les dimensions du **prisme symétrique** associé à un ancrage dépendaient exclusivement de l'implantation de l'ancrage en cause dans la section et de sa position par rapport aux autres ancrages éventuels. Ce prisme pouvait, dans certains cas, présenter un volume important et englober la totalité de la zone de régularisation (cas de l'ancrage unique centré notamment).

A cette notion, on a préféré substituer celle d'un voisinage de l'ancrage, défini par un **prisme local** dont les dimensions sont proportionnelles à la puissance de l'unité ancrée. C'est dans ce prisme (qui fait office de nœud dans le modèle des bielles) que se concentrent les contraintes les plus agressives pour le béton. Il a pour base, dans le plan de la plaque d'ancrage le **rectangle d'impact** dont l'aire ($c \times c'$) est imposée, le projecteur disposant néanmoins d'une certaine latitude dans le choix des valeurs de c et c' (à l'intérieur d'une fourchette de 15% autour des dimensions $2b_o$ et $2b'_o$ du rectangle de référence défini en fonction de f_{cm} par l'agrément du procédé utilisé). Sa profondeur est fixée à $\delta = 1,2 \max(c, c')$.

Les prismes locaux doivent être munis d'armatures transversales se déduisant de celles qui sont fournies par l'agrément technique du procédé utilisé : ces dernières ont été dimensionnées et dessinées pour le cas de blocs de dimensions minimales $2b_o \times 2b'_o$ équipés d'un ancrage centré. Si leur section présente une valeur convenable dans les cas usuels, leur **façonnage mérite presque toujours d'être adapté** à la géométrie des pièces en respectant, cependant, leur localisation en profondeur dans le béton (selon l'axe des câbles) telle qu'elle est précisée par l'agrément technique :

- dans le sens de la petite dimension, il est souhaitable qu'elles intéressent toute l'épaisseur du panneau de façon à ne pas laisser sans armatures (ou avec des armatures insuffisantes), au voisinage de la peau, des zones trop étendues qui risqueraient de se détacher à la mise en tension ;
- dans le sens de la grande dimension, il est nécessaire de les prolonger sur toute la « hauteur » du panneau si l'on souhaite les faire participer sous forme d'armatures dites « de première zone » (cf. « Règles de calcul » § 4.5.2) à « l'équilibre général » défini ci-après : c'est ainsi que des frettes hélicoïdales, remarquablement efficaces dans une paroi mince pour éviter le développement de fissures suivant le trajet des câbles, ne peuvent jouer aucun rôle dans l'équilibre général

et doivent être doublées, à cette fin, d'armatures d'attache spécifiques, ce qui peut conduire localement à une densité de ferrailage difficilement compatible avec un bétonnage de qualité, pourtant indispensable dans ces zones très fortement sollicitées. Dans de telles circonstances, une bonne solution consiste à remplacer les frettes hélicoïdales par des quadrillages d'armatures continues sur toute la dimension du panneau rectangulaire où sont implantés les ancrages et donc aptes à remplir la double fonction d'armatures d'éclatement au sens de l'agrément et d'armatures d'équilibre général.

En principe, les prismes locaux associés aux différents ancrages ne doivent pas se chevaucher : on a alors affaire à des **ancrages isolés**. Toutefois, il est possible de transgresser cette règle de l'isolement pour réaliser des **groupements d'ancrages** auxquels on associe également des prismes locaux, un groupement de m ancrages devenant alors l'équivalent d'un ancrage unique de puissance m fois supérieure dans le cas où les ancrages sont identiques (cf. « Règles de calcul » § 3.2).

4.2 – Equilibre général

4.2.1 – Principes

Il s'agit d'étudier le tronçon de poutre compris entre la section S_A d'ancrage et la section S_R , à une distance L_R de S_A où les contraintes sont supposées régularisées. Ce tronçon, qui se présente sous la forme d'un assemblage de poutres-cloisons dont la hauteur vaut L_R et dont les axes longitudinaux O_t sont perpendiculaires à l'axe général O_x de la poutre, est en équilibre sous l'effet des forces qui lui sont appliquées (cf. fig. 11). Ces forces peuvent se ranger en trois catégories, selon qu'elles s'exercent :

- au niveau de S_A
- entre S_A et S_R
- au niveau de S_R .

Dans un premier temps, le BPEL ne prenait en considération que celles de ces forces qui provenaient directement des câbles ancrés dans S_A soit :

- au niveau de S_A les forces concentrées \vec{F}_i sous ancrages ;
- entre S_A et S_R les forces réparties exercées par les câbles correspondants sur le béton

(tangentiels $\frac{dF}{ds}$ souvent négligeables et radiaux $\frac{F}{r}$);

- enfin en S_R , les forces élémentaires de la forme

$$\overline{\sigma_n(C_i)} \vec{v}_n \cdot d\omega_n \quad \text{où} \quad \overline{\sigma_n(C_i)}$$

représente le tenseur des contraintes isostatiques développées par les câbles C_i en question en chaque point de S_R selon une distribution de NAVIER, \vec{v}_n

le vecteur normale unité à v orienté vers l'intérieur du tronçon de poutre étudié et $d\omega_R$ l'élément d'aire dans S_R .

Dans chaque « section » de l'une des poutres-cloisons constitutives du tronçon de poutre isolé entre S_A et S_R (section matérialisée par une coupure parallèle à l'axe Ox), on peut calculer les sollicitations générées par les forces précédentes (essentiellement un effort normal N_i et un effort de cisaillement V_i , le moment fléchissant M_i étant considéré comme non pertinent pour cette étude) et en déduire par des formules appropriées des contraintes (*cf.* fig. 12).

C'est cette procédure qu'on appelle étude de l'**équilibre général de diffusion totale** (le qualificatif « totale », qui ne figurait pas dans le BPEL, est ici ajouté pour éviter toute ambiguïté : il précise simplement quelles forces sont prises en compte en S_A , en S_R , et entre S_A et S_R pour assurer l'équilibre du tronçon de poutre).

Bien évidemment, aux effets ainsi évalués, il convient d'ajouter, pour appréhender correctement l'équilibre physique du tronçon de poutre, les effets d'autres origines (charges permanentes ou variables appliquées à la structure, réactions d'appui...) supposés, quant à eux, correctement appréhendés par la Résistance des Matériaux qui s'applique donc à tout, sauf aux forces directement exercées par les câbles sur le béton tant dans S_A (forces \vec{F}_i) qu'entre S_A et S_R .

Dans un deuxième temps, le BPEL, afin d'étendre encore le champ de validité de la Résistance des Matériaux et de simplifier les calculs, introduisait la notion d'**équilibre général de diffusion pure** sur la base de la remarque suivante : si l'on remplaçait dans S_A les forces \vec{F}_i par une distribution équivalente de forces élémentaires $\vec{\sigma}_A(\vec{F}_i)\vec{v}_A d\omega_A$ [avec des notations analogues à celles précédemment introduites] réparties selon la loi de Navier, la Résistance des Matériaux s'appliquerait sans restriction entre S_A et S_R (tout au moins avec les approximations couramment admises).

Dès lors, l'équilibre général du tronçon de poutre entre S_A et S_R apparaît comme la superposition de deux états d'équilibre :

- l'équilibre général de diffusion pure qui résulte simplement de l'application au tronçon, en S_A , des forces concentrées \vec{F}_i et des forces élémentaires $\vec{\sigma}_A(\vec{F}_i)\vec{v}_A d\omega_A$ et conduit, comme précédemment, au calcul de sollicitations dans les « sections » des poutres-cloisons (effort normal N_i , effort de cisaillement V_i et accessoirement moment fléchissant considéré comme non significatif) puis à l'évaluation de contraintes ;
- l'équilibre selon la Résistance des Matériaux étendu cette fois-ci à la **totalité des actions qui s'exercent sur la poutre**, forces \vec{F}_i comprises.

Cette façon de faire, officialisée par l'annexe 4 du BPEL, avait le mérite de regrouper d'un côté la diffusion et de l'autre l'intégralité de la Résistance des Matériaux.

Elle n'en présentait pas moins un certain nombre de défauts :

- dans tous les cas, qu'on ait raisonné en diffusion totale ou en diffusion pure, les seules forces concentrées prises en compte au titre de la diffusion étaient les forces \vec{F}_i sous ancrages. Or il arrive souvent que d'autres forces concentrées non négligeables soient appliquées entre S_A et S_R , notamment des réactions d'appui, en particulier lorsque S_A est section d'about : leurs effets étaient alors versés au chapitre Résistance des Matériaux, ce qui était, pour le moins, paradoxal (puisque ces efforts donnent également lieu à une diffusion) ;
- la dichotomie entre diffusion (pure ou totale) et Résistance des Matériaux était acceptable en terme de contraintes (pour lesquelles le principe de superposition est valable). En revanche, elle posait de sérieux problèmes pour le dimensionnement des armatures qui ne s'accommode en aucun cas du principe de superposition.

Il fallait donc recourir à des règles plus ou moins alambiquées de cumul entre armatures issues de l'application traditionnelle de la Résistance des Matériaux (armatures classiques d'effort tranchant par exemple) et armatures « de diffusion » calculées à partir des efforts d'équilibre général de diffusion pure (N_i et V_i).

Pour pallier ces inconvénients, le présent texte propose d'intégrer à l'étude d'équilibre général toutes les forces concentrées ou réparties assurant l'équilibre physique du tronçon de poutre sous un cas de charge donné.

Ainsi s'introduit la notion d'étude d'**équilibre général de diffusion globale** dans lequel on considère comme agissant sur le tronçon de poutre :

- en S_A , les forces concentrées sous ancrages \vec{F}_i et les forces élémentaires $\vec{\sigma}_A\vec{v}_A d\omega_A$, où $\vec{\sigma}_A$ représente, cette fois-ci, en tout point de la section, le tenseur des contraintes réparties selon la loi de NAVIER développées par l'ensemble des actions appliquées à la poutre à l'exception des \vec{F}_i ;
- entre S_A et S_R , la totalité des forces concentrées (éventuelles réactions d'appui incluses) et réparties (poussées au vide des câbles, poids propre, charges variables éventuelles...) appliquées directement au tronçon ;
- enfin, en S_R , les forces élémentaires $\vec{\sigma}_R\vec{v}_R d\omega_R$ obéissant à une distribution de NAVIER et dues à la totalité des actions (précontrainte comprise) s'exerçant sur la poutre.

L'équilibre général de diffusion globale ainsi défini apparaît alors non plus comme un complément à la Résistance des Matériaux, mais comme un substitut

à cette dernière, donnant une vue plus réaliste de l'équilibre physique du tronçon de poutre compris entre S_A et S_R (cf. fig. 12 et 14 à 16).

L'étude correspondante, conduite selon la procédure précédemment décrite, permet d'appréhender des contraintes σ^* , τ^* et de dimensionner des armatures qu'il n'est plus question de cumuler avec celles issues de l'application classique de la Résistance des Matériaux (tranchant, torsion, flexion transversale... avec leurs règles internes de cumul). Il suffit de mettre en parallèle ces deux catégories d'armatures et, dans la mesure où leur façonnage et leur localisation sont comparables, de retenir celle qui présente la section la plus importante.

4.2.2 – Longueurs de régularisation

A chacun des panneaux i , de dimensions $e_i \times e'_i$, le BPEL associait deux longueurs de régularisation ($l_{ri} = e_i$ pour l'étude de l'étalement dans la direction de e_i et $l'_{ri} = e'_i$).

Cette estimation était à l'évidence excessive pour la plupart des membrures supérieures de tabliers.

Afin de simplifier et de mieux appréhender la réalité, le présent texte propose de ne considérer que deux longueurs de régularisation, une selon chacune des directions principales Δ et Δ' de la section de la poutre.

Pour l'étude de l'étalement parallèlement à Δ , puis parallèlement à Δ' , on prend :

$$L_R = \max(H-d, H/2)$$

et $L'_R = \max(H'-d', H'/2)$

expressions dans lesquelles :

- H et H' sont les deux dimensions de la pièce dans les directions Δ et Δ'
- d et d' sont les distances séparant les projections extrêmes sur Δ et Δ' des bords des rectangles d'impact.

Ainsi, dans le cas d'un tablier de pont, l'étude d'équilibre général dans la direction « verticale » se ramène-t-elle à celle d'une tranche d'ouvrage dont la longueur se trouve réduite à $L_R = H/2$ (H représentant alors la hauteur de la poutre) dès que l'on a plusieurs niveaux d'ancrages répartis sur une hauteur au moins égale à $H/2$. Cette disposition déroge aux habitudes anciennes, mais se rapproche indubitablement de la réalité physique. Dans la direction « horizontale », la valeur retenue pour L'_R constitue encore souvent une estimation par excès. Toutefois, les conséquences pratiques de cette surestimation restent limitées grâce aux règles de concentration des armatures au voisinage de S_A .

4.2.3 – Les contraintes conventionnelles d'équilibre général

A partir des efforts d'équilibre général de diffusion globale N^* et V^* calculés sur des coupures « horizontales » ou « verticales » (cf. fig. 14 à 16), on calcule des contraintes moyennes :

$$\sigma^* = \frac{N^*}{eL_R} \quad \text{ou} \quad \frac{N^*}{e'L'_R}$$

$$\tau^* = \frac{V^*}{eL_R} \quad \text{ou} \quad \frac{V^*}{e'L'_R}$$

Deux modifications majeures apparaissent par rapport au BPEL :

- l'évaluation de la contrainte de cisaillement (ici notée τ^*) n'est plus frappée du coefficient majorateur 2 dont le rôle était d'exprimer la valeur de pointe de cette contrainte. Cette valeur de pointe se manifeste à l'intérieur du prisme local précédemment évoqué en 4.1 et les dispositions prévues à ce niveau rendent inutile sa prise en considération pour l'étude d'équilibre général ;
- c'est maintenant la quantité $|\tau^*| - \sigma^*$ (et non plus simplement la valeur $|\tau^*|$) qui semble la plus pertinente pour quantifier le risque de fissuration du béton. C'est donc sur elle qu'a été définie une limitation, par ailleurs réajustée pour tenir compte des différentes modifications introduites par le présent document.

4.2.4 – Les armatures d'équilibre général

Le cisaillement apparaît comme le phénomène prédominant dans la zone de régularisation (ce qui justifie que le moment M^* ne présente pas d'utilité particulière).

Les armatures transversales se déduisent des efforts N^* et V^* par application de la règle des coupures : leur section A_{sc0} est a priori dimensionnée pour équilibrer $|V^*| - N^*$. Cette règle est toutefois un peu pénalisante lorsque la valeur de $|\tau^*| - \sigma^*$ est faible et peut même conduire à des absurdités lorsqu'on l'applique à des coupures non pertinentes (par exemple coupures horizontales dans l'épaisseur d'un hourdis de tablier). Pour remédier à ces inconvénients, il a paru utile d'appliquer à A_{sc0} un coefficient minorateur,

$$\rho = 0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{|\tau^*| - \sigma^*}{f_{cud}}}$$

conduisant à une section écrêtée $A_{sc\text{réd}} = \rho A_{sc0}$ (voir au chapitre « Conventions utilisées », la définition de la limite de cisaillement du béton sur la coupure f_{cud}).

Règles de calculs

1 - Problème posé

Lorsque des armatures de précontrainte sont ancrées dans une section S_A d'une pièce prismatique, la distribution des contraintes au voisinage de l'ancrage s'écarte sensiblement de celle obtenue par les règles de la Résistance des Matériaux. Les contraintes équilibrant les sollicitations isostatiques de précontrainte correspondantes ne sont réparties selon le principe de NAVIER qu'à partir d'une section S_R à la distance L_R en aval de S_A .

Cette zone est soumise à des contraintes de traction qui dépassent la plupart des limites fixées par les règlements et pourrait être le siège d'une fissuration importante en l'absence de disposition particulière.

Il y a donc lieu de procéder dans cette zone :

- à des vérifications des contraintes de cisaillement dans le béton permettant de réduire à un niveau convenable la probabilité d'apparition de fissures ;
- à la détermination d'armatures passives destinées à limiter l'ouverture des fissures éventuelles.

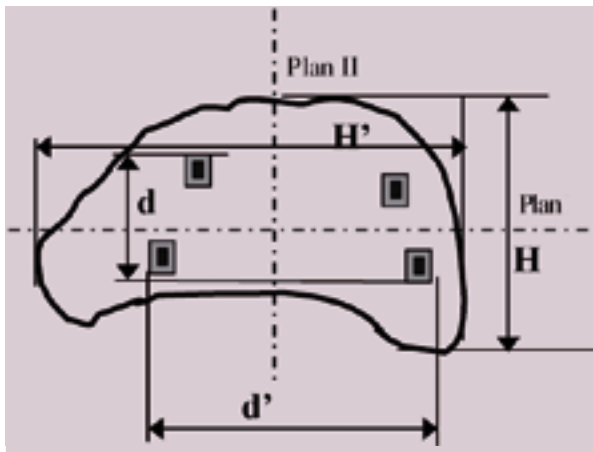


Fig. 2 - Définition des plans d'étude

2 - Longueur de régularisation

La longueur de régularisation est la distance, comptée à partir de la section S_A , où l'on trouve une section S_R dans laquelle les contraintes équilibrant les sollicitations isostatiques de précontrainte sont réparties sur toute la section selon le principe de NAVIER. Cette longueur dépend de la forme de la section de la poutre et de la position des différents ancrages de précontrainte dans la section d'about.

La diffusion des contraintes à partir de S_A présente un caractère tridimensionnel.

Toutefois par commodité, on peut se contenter de procéder à deux justifications bidimensionnelles, en étudiant successivement l'étalement des forces de précontrainte dans deux plans perpendiculaires contenant chacun l'un des axes principaux d'inertie de la section.

On peut définir ainsi deux longueurs de régularisation conventionnelles, correspondant à chacun des deux plans perpendiculaires d'étude. Dans la majorité des cas, ces longueurs de régularisation L_R et L'_R peuvent être prise égales aux valeurs suivantes :

Max ($H-d$; $H/2$) dans le plan I

Max ($H'-d'$; $H'/2$) dans le plan perpendiculaire II

dans lesquels :

- H et H' sont les deux dimensions principales de la pièce dans les deux plans considérés ;
- d et d' sont les distances entre les bords extérieurs des rectangles d'impact (définis en 3.3.2) des deux ancrages extrêmes, dans chaque direction considérée.

Dans la plupart des cas, les deux plans d'étude sont les plans verticaux ou horizontaux.

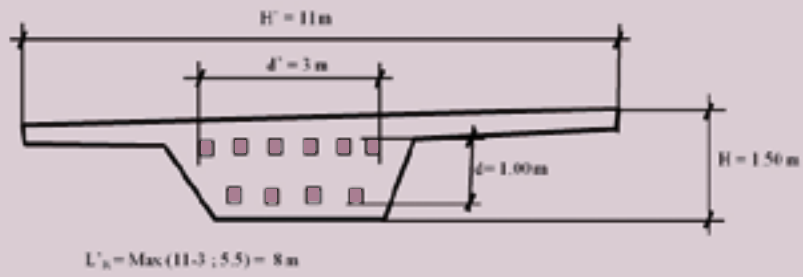


Fig. 3 - Exemple 1

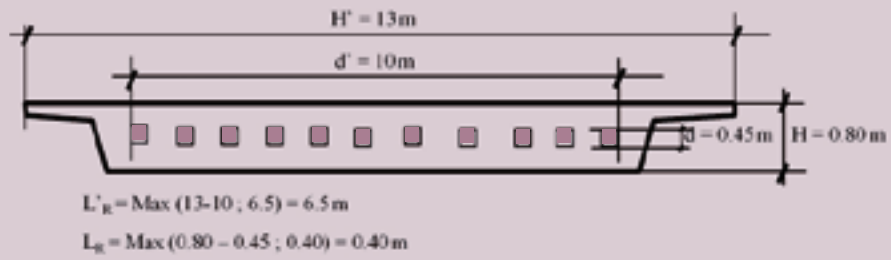


Fig. 4 - Exemple 2

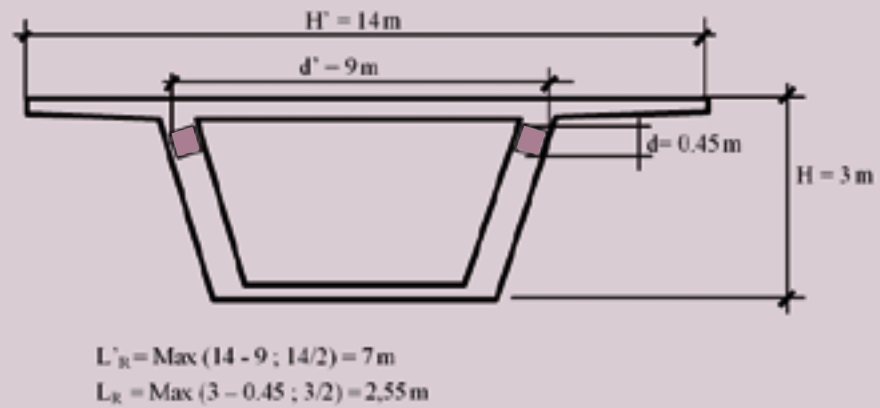


Fig. 5 - Exemple 3

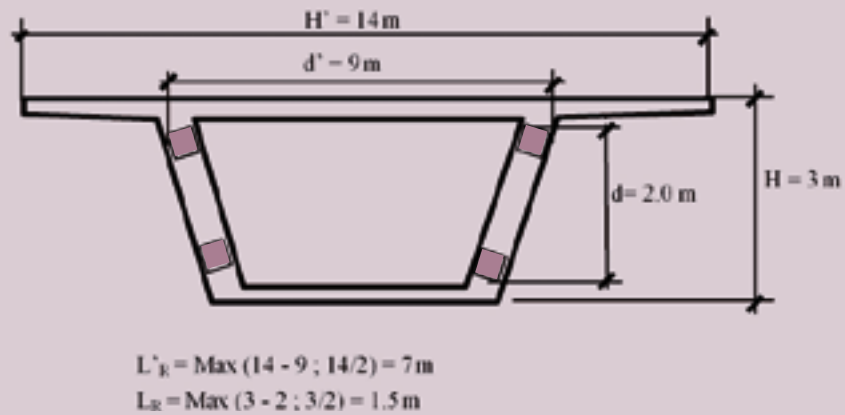


Fig. 6 - Exemple 4

Cas particuliers

Structure composée d'éléments identiques

Dans le cas d'une structure composée d'éléments identiques juxtaposés et liés isostatiquement entre eux, à condition que ces éléments soient eux mêmes symétriques et que leur similitude concerne leur géométrie et la distribution de la précontrainte en position et en effort, on mènera l'étude de diffusion pour chacun des éléments indépendamment. La largeur de structure prise en compte pour la détermination de la longueur de régularisation transversale sera égale à H'/n , où H' est la largeur totale et n le nombre d'éléments identiques, ce qui correspond à la largeur d'un seul élément (cf. fig. 7).

Cas de précontrainte transversale localisée

Dans le cas où la précontrainte transversale règne sur une faible longueur (par exemple, précontrainte seulement près d'un about), la largeur de structure H' prise en compte est limitée à la largeur de la zone précontrainte majorée de sa projection sur l'axe avec une diffusion selon $\arctg(2/3)$ (cf. fig. 8).

3 - Prisme local

Les développements ci-après s'appliquent stricto sensu au cas des ancrages de précontrainte par post-tension. Ils peuvent s'étendre, moyennant des adaptations mineures, à l'application de forces localisées, par l'intermédiaire de platines, sur l'extrémité d'un élément prismatique en béton.

3.1 - Généralités

Ancrages

Les forces localisées sous ancrages sont transmises au béton soit par de simples plaques d'appui, soit par des dispositifs à redans, généralement en fonte moulée.

Ces organes de transfert, quelle que soit leur nature, sont désignés dans ce qui suit par le terme « plaques d'ancrage ».

Les plaques d'ancrage sont supposées présenter deux axes de symétrie, leur forme s'inscrivant dans un rectangle de dimensions $\alpha \times \alpha'$.

Pour être agréés, les ancrages doivent avoir fait l'objet d'essais satisfaisants de transfert, pratiqués sur un bloc prismatique en béton de dimensions $2b_o \times 2b'_o$ à l'extrémité duquel a été incorporé un dispositif d'ancrage complet.

Pour différentes valeurs repères $f_{cm,0}$ du béton du bloc, les dimensions b_o et b'_o sont proposées par le détenteur du procédé.

A partir de ces éléments, la notice technique d'un procédé fournit pour les différentes unités de sa gamme et pour différentes valeurs repères $f_{cm,0}$ de f_{cm} la valeur de b_o et éventuellement de b'_o (si b'_o n'est pas explicité, on considérera que $b_o = b'_o$). Elle indique corrélativement un frettage dont le dimensionnement, et surtout le façonnage, ne sont parfaitement adaptés que dans le cas testé d'un bloc prismatique soumis à une force concentrée appliquée sur son axe.

La valeur de $f_{cm}(t_o)$ à prendre en compte est la valeur moyenne de la résistance du béton sous ancrage au moment de la mise en tension.

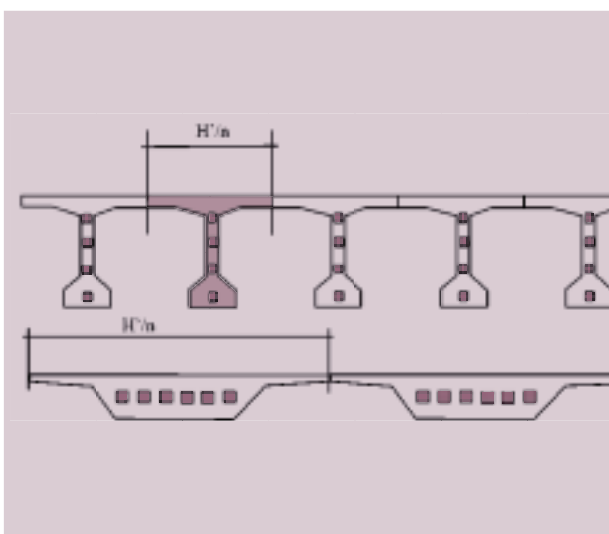


Fig. 7 - Définition de la largeur H' en cas d'éléments identiques

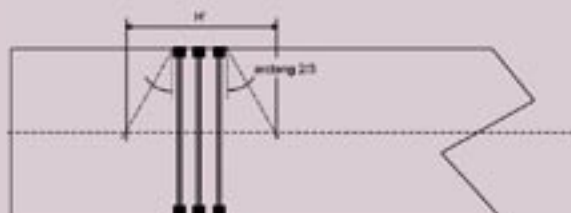


Fig. 8 - Précontrainte transversale localisée

3.2 - Implantation des ancrages – Rectangle d'impact

Il convient, en premier lieu, que la distance entre l'axe d'un ancrage et la paroi la plus proche soit au moins égale à b_0 , ou à b'_0 selon l'orientation de la plaque ($2b_0$ et $2b'_0$ étant les dimensions du bloc d'about testé définies dans l'ATE du système de précontrainte).

Par ailleurs, l'implantation des ancrages est telle que l'on doit pouvoir associer à chaque ancrage, dans le plan de S_A , un rectangle d'impact $c \times c'$, concentrique à sa plaque, d'aire A égale à :

$$A = \max \left\{ \frac{F_0}{0,6 f_{ct}(t_0)}, 4b_0 b'_0 \right\}$$

où F_0 est la force sous l'ancrage au moment de la mise en tension.

Ce rectangle d'impact ne doit pas empiéter sur les rectangles d'impact associés aux ancrages voisins ni sortir du béton.

Nota 1 : compte tenu du caractère conventionnel des dimensions du rectangle d'impact, l'effort pris en compte ici est F_0 et non F_d .

Par ailleurs c et c' sont limités, selon l'orientation de la plaque, de manière à ce que les proportions du rectangle restent voisines de celles de la plaque elle-même. Pour cela, à partir du rectangle homothétique d'aire $A = c \times c'$ ayant des côtés :

$$c_0 = \sqrt{A} \sqrt{\frac{b_0}{b'_0}} \quad \text{et} \quad c'_0 = \sqrt{A} \sqrt{\frac{b'_0}{b_0}}$$

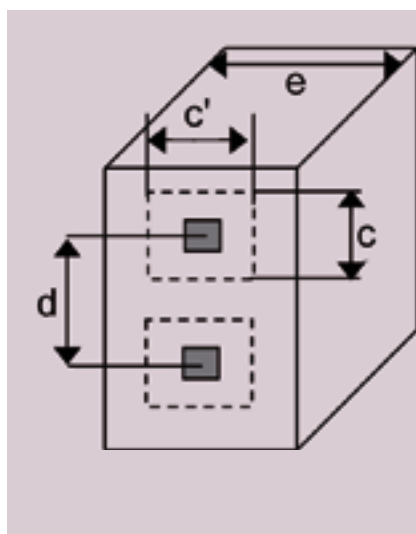


Fig. 9 - Rectangle d'impact d'ancrages isolés

on admet une fourchette de valeurs :

$$0,85 \times c_0 \leq c \leq \frac{c_0}{0,85} \quad \text{avec} \quad c' = \frac{A}{c}$$

Si ces conditions sont réalisées, on dit que les ancrages sont isolés (cf. fig. 9).

Nota 2 : pour une disposition donnée d'un ensemble d'ancrages, il peut exister plusieurs possibilités de choix des rectangles associés. Il faut alors retenir celle qui correspond à des rapports entre côtés c/c' les plus proches du rapport b_0/b'_0 .

Lorsque, pour une partie des ancrages de S_A la condition précédente n'est pas satisfaite, il est possible de considérer que le sous-ensemble en question constitue un « groupement d'ancrages ».

On définit alors, pour ce groupement, un rectangle d'impact $c_g \times c'_g$ de la façon suivante : on prend le plus petit rectangle $\alpha_g \times \alpha'_g$ centré sur le barycentre Ω des m ancrages du groupement et circonscrit à l'ensemble de leurs plaques ; le rectangle d'impact s'en déduit par une homothétie de centre Ω et de rapport k tel que :

$$\frac{mF_0}{k^2 \alpha_g \alpha'_g} = 0,6 f_{ct}(t_0)$$

$$c_g = k \alpha_g \quad \text{et} \quad c'_g = k \alpha'_g$$

k étant limité inférieurement à 1.

Il ne doit ni empiéter sur les rectangles d'impact associés ou aux ancrages isolés ou aux groupements d'ancrages voisins, ni sortir du béton.

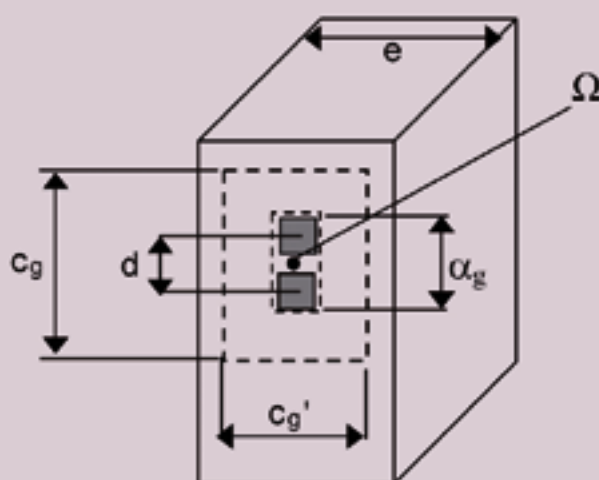


Fig. 10 - Rectangle d'impact d'ancrages groupés

Nota 3 : le groupement de m ancrages revient sensiblement à considérer que leur ensemble constitue un ancrage unique de puissance m fois supérieure. Le recours à cette notion est évidemment très pénalisant pour le dimensionnement du ferrailage.

3.3 - Géométrie du prisme local

3.3.1 - Ancrages isolés

Pour chaque ancrage, on définit conventionnellement un voisinage du béton par la notion de prisme local : c'est le volume à l'intérieur duquel les contraintes de compression dans le béton, au moment de la mise en tension, passent de la valeur extrêmement élevée qu'elles présentent immédiatement sous la plaque d'ancrage (valeur dépassant couramment 50 MPa) à une valeur acceptable pour le béton en compression simple, de l'ordre de 0,5 à 0,6 f_{ck} .

Ce prisme est un parallélépipède rectangle dont l'axe est celui de l'unité concernée et dont la directrice dans le plan S_A est le rectangle d'impact $c \times c'$ associé à l'ancrage défini ci-dessus. Sa profondeur sous la plaque d'ancrage vaut :

$$\delta = 1,2 \max (c, c')$$

3.3.2 - Groupements d'ancrages

Le prisme local admet alors comme axe la parallèle, passant par Ω , au vecteur somme géométrique des m forces concentrées transmises par les ancrages du groupement. Sa directrice, dans le plan S_A est le rectangle d'impact $c_g \times c'_g$ associé au groupement. Il s'étend en profondeur, depuis Ω , sur la distance :

$$\delta_g = 1,2 \max (c_g, c'_g).$$

3.3.3 - Conditions géométriques

Les prismes locaux définis en 3.3.1 et 3.3.2 ci-dessus peuvent s'interpénétrer en profondeur du béton, mais ils ne doivent pas en sortir (et ne peuvent s'interpénétrer dans le plan d'ancrage – cf. § 3.2 ci-avant).

3.4 - Ferrailage du prisme local

Chacun des prismes locaux précédemment définis doit être traversé par un ferrailage transversal destiné non seulement à maîtriser les effets d'éclatement (ce pour quoi il doit permettre d'équilibrer, dans chaque direction, un effort au moins égal à $0,15 F_d$ ⁴) mais aussi à assurer la couture au reste de la section de la pièce.

Par définition, les « armatures d'éclatement » sont celles qui sont fournies par la notice technique du procédé utilisé : ces dernières ont été dimensionnées et dessinées pour le cas de blocs de dimensions minimales $2 b_o \times 2 b'_o$ munis d'un ancrage centré.

Leur section présente une valeur convenable dans les cas usuels. En revanche, leur façonnage ne leur permet généralement pas de jouer le rôle d'armatures de couture de première zone (voir 4.5.2 et 4.5.3 ci-après).

Dans le cas d'un groupement d'ancrages, les « armatures d'éclatement » doivent reprendre

$$0,15 \times m \times F_d$$

dans chaque direction, et se concentrer, en profondeur, sur une distance n'excédant ni celle qu'indique la notice technique du procédé pour l'ancrage isolé dilatée dans le rapport \sqrt{m} , ni $1,2 \delta_g$, tout en présentant, au droit de chaque ancrage et à chaque niveau prévu par ladite notice, une section au moins équivalente à celle qu'elle prescrit pour un ancrage isolé.

⁴ Voir la définition de l'effort de calcul F_d au chapitre conventions utilisées.

4 - Calculs de diffusion de précontrainte

4.1 - Principe de justification

On considère la tranche de pièce comprise entre S_A et S_R comme un bloc indéformable, de longueur L_R et d'épaisseur e .

Ce bloc est en équilibre sous l'effet de toutes les forces qui lui sont directement appliquées et de toutes les réactions antagonistes apportées sous forme de contraintes par le reste de la pièce sur la section S_R , soit :

- les forces concentrées F sous les ancrages de précontrainte, dans la section S_A ;
- les forces extérieures appliquées en sous face de la poutre, par exemple les réactions d'appui, ou des efforts concentrés apportés par une précontrainte transversale ou verticale ;
- les forces extérieures appliquées au sommet du bloc, par exemple des charges ponctuelles importantes ou des efforts concentrés apportés par une précontrainte transversale ou verticale ;
- les diverses forces appliquées sur la longueur de ce bloc comme le poids propre ou les effets de déviation des câbles à l'intérieur de ce bloc ;
- et par effet de réaction :
les contraintes normales σ et les contraintes tangentielles τ dans la section S_R , supposées réparties sur la totalité de la section de la poutre selon le principe de NAVIER, équilibrant les sollicitations des forces extérieures mentionnées ci-dessus.

On décompose cette tranche en deux blocs superposés et séparés par un plan de coupure que l'on déplace successivement sur toute la hauteur de la section.

On recherche l'effort de cisaillement V^* et l'effort normal associé N^* qui doivent être appliqués à ce plan de coupure pour que le bloc supérieur soit en équilibre.

On vérifie que ces efforts sont acceptables compte tenu de l'aire de la section de béton et des armatures passives qui traversent ce plan de coupure, suivant les conditions définies ci-après.

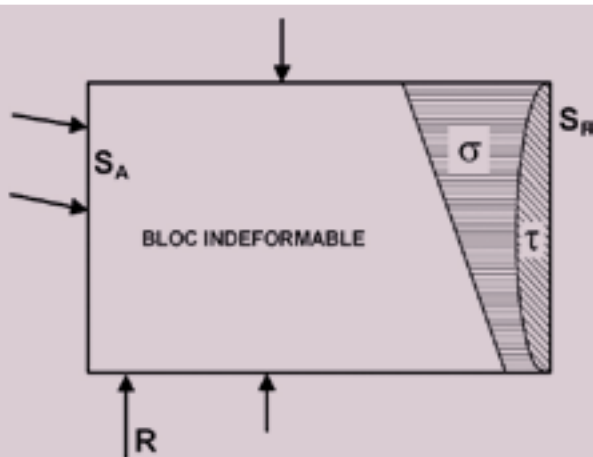


Fig. 11 - Efforts appliqués sur tronçon de poutre

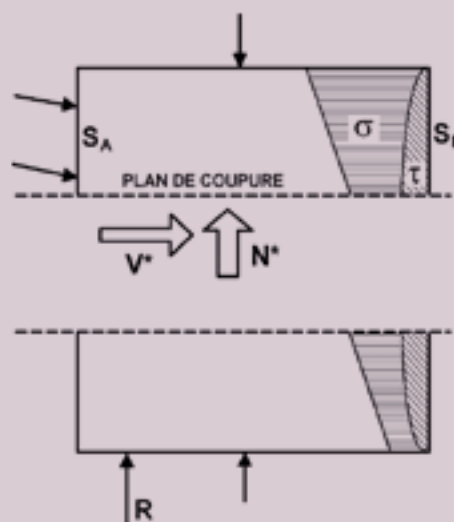


Fig. 12 - Efforts sur coupure

Convention de signes propre à ce document

L'étude de ce bloc étant basée sur l'analyse des réactions du milieu extérieur sur ce bloc, les conventions de signes habituelles correspondant à la théorie des poutres ne sont pas directement applicables, il est donc nécessaire de définir une convention particulière adaptée.

Chacune des faces de ce bloc est caractérisée par le vecteur unité normal à la face étudiée orienté vers l'intérieur du bloc, et par un vecteur unitaire tangent t orienté suivant le cas selon Ox ou Ot .

Sur chaque face, le signe des efforts surfaciques (ou contraintes) extérieurs appliqués sur le bloc se déduit par projection des composantes sur le système d'axe associé à la face.

Avec cette convention les efforts et contraintes ont les signes suivants (cf. fig.13 à 16 ci-dessous).

Par la suite, le signe des efforts se déduit de leur projection sur les axes Ox et Ot .

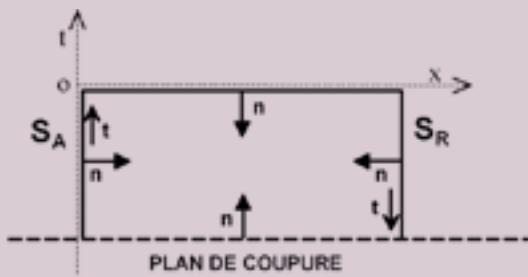


Fig. 13 - Repère des vecteurs unités

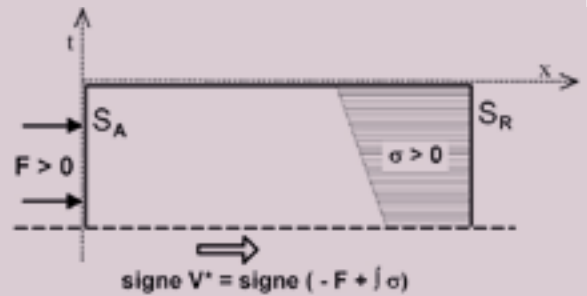


Fig. 14 - Efforts sur bloc – précontrainte horizontale

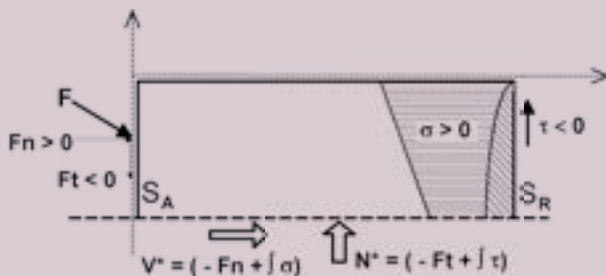


Fig. 15 - Efforts sur bloc – précontrainte inclinée

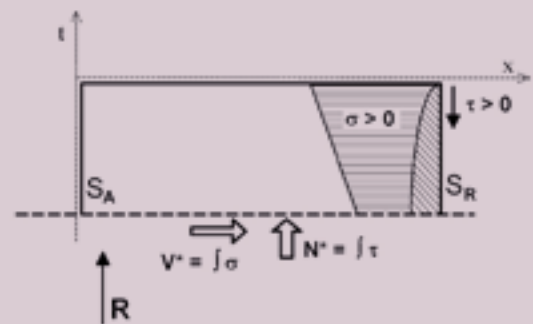


Fig. 16 - Efforts sur bloc – cas de la réaction d'appui

4.2 - Cas simple : un seul câble rectiligne parallèle à la fibre moyenne

On considère tous les éléments ABCD (cf. fig. 17), dont l'équilibre conduit aux efforts suivants, sur le plan de coupure AB, parallèle à l'axe longitudinal de la pièce, et défini par son ordonnée t depuis la face supérieure de la pièce :

Effort de cisaillement $V^* = -(F + X)$

Effort normal associé $N^* = 0$

Pour la détermination de ces efforts, les forces concentrées F doivent être remplacées par des forces statiquement équivalentes, uniformément réparties sur une largeur c autour de l'axe de l'ancrage, correspondant à la dimension du rectangle d'impact définie plus haut.

X représente la partie de la réaction du milieu extérieur appliqué en S_R au bloc supérieur et correspondant à l'effet de la précontrainte F .

La coupure a pour ordonnée $-t_c$.

$$X = - \int_{-t_c}^0 \sigma_{prec}(t) \times e(t) \times dt$$

On étudie toutes les coupures AB possibles sur toute la hauteur de la section. Aucune coupure ne peut être faite à une distance inférieure à $c/2$ par rapport à l'axe d'un ancrage.

On peut se limiter aux coupures caractéristiques correspondant à des discontinuités de forces appliquées F ou à des discontinuités dans la géométrie de la section comme des changements d'épaisseur.

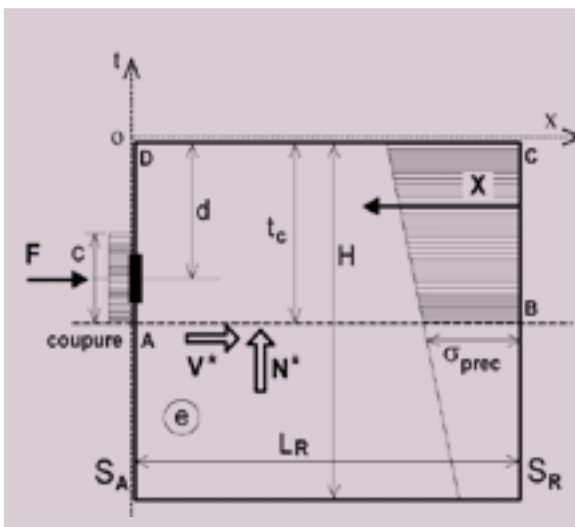


Fig. 17 - Efforts sur coupure – précontrainte horizontale

4.3 - Cas avec câble incliné et courbe

Le raisonnement est le même que dans le cas simple de câble rectiligne.

On étudie également l'équilibre du prisme ABCD situé au dessus de la coupure, soumis à trois groupes de forces ;

- les forces appliquées en section S_A (section d'ancrage) sont Ft et Fn , respectivement composantes tangentielle et normale de la force de précontrainte ;
- les forces appliquées en section S_R (section de régularisation) sont :

⇒ la composante horizontale X égale à :

$$X = - \int_{-t_c}^0 \sigma_{prec}(t) \times e(t) \times dt$$

⇒ la composante tangentielle Z égale à :

$$Z = - \int_{-t_c}^0 \tau_{prec}(t) \times e(t) \times dt$$

Nota : ces composantes sont calculées en section S_R sur la base des effets de la précontrainte en S_R : Ft_R , Fn_R et excentrement du câble en S_R

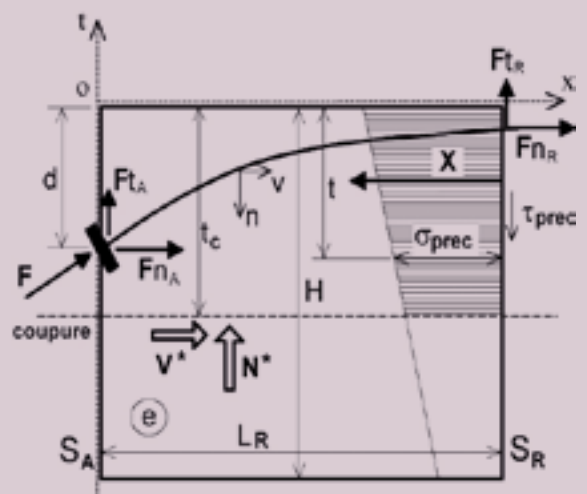


Fig. 18 - Efforts sur coupure – cas général – câbles inclinés et courbes

- les forces appliquées entre les sections S_A et S_R sont égales à la poussée au vide des câbles, s'ils présentent une courbure, et égales à :

$$n = Ft_n - Ft_a$$

$$v = Fn_n - Fn_a$$

Les efforts appliqués sur la coupure qui permettent d'équilibrer le prisme étudié sont :

$$V' = -(Fn_a + X + v) = -(Fn_n + X)$$

$$N' = -(Ft_a + Z + n) = -(Ft_n + Z)$$

Nota : si le plan de coupure recoupe le tracé du câble, et si on appelle Ft_c et Fn_c , les composantes de l'effort dans le câble en ce point, les grandeurs n et v deviennent :

- dans le cas où le câble est montant (voir figure 19) :

$$n = Ft_n - Ft_c$$

$$v = Fn_n - Fn_c$$

et la formule de N^* se résout en

$$N' = -(n + Z)$$

de même

$$V' = -(v + X)$$

- dans le cas où le câble est descendant (voir figure 20), on doit remplacer les valeurs de n et v par :

$$n = Ft_c - Ft_n$$

$$v = Fn_c - Fn_n$$

ce qui conduit à écrire

$$N' = -(Ft_c + Z)$$

et

$$V' = -(Fn_c + X)$$

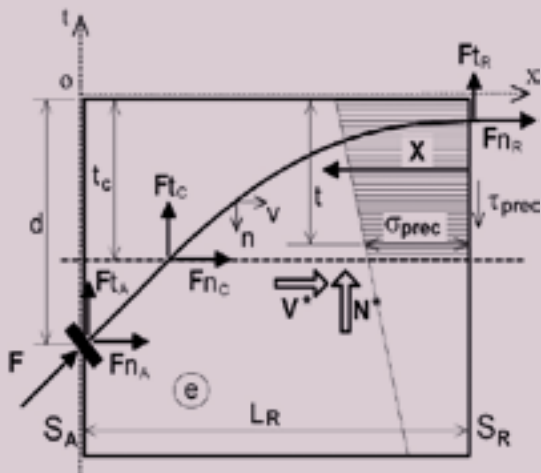


Fig. 19 - Efforts sur coupure – cas général – coupure traversant un câble montant

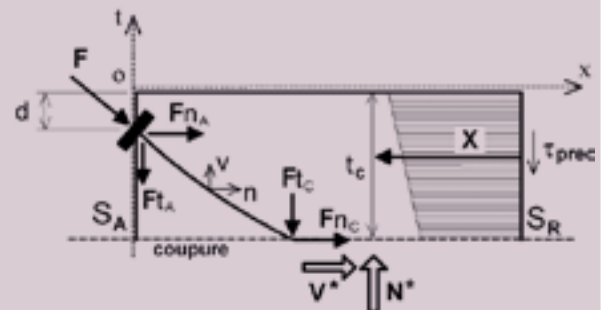


Fig. 20 - Efforts sur coupure – cas général – coupure traversant un câble descendant

4.4 - Cas d'une zone d'about avec réaction d'appui

Le calcul est mené globalement pour l'effet de la réaction d'appui et pour l'effet de la réaction d'appui.

En toute rigueur, l'effet de la réaction d'appui ne devrait être pris en compte que pour les câbles situés dans le **voisinage immédiat** de l'appareil d'appui, c'est à dire compris à l'intérieur d'un prisme limité par des plans inclinés à 45° et passant par le bord des appareils d'appui. Cependant, dans la pratique, il est possible de considérer que la réaction d'appui s'applique globalement à l'ensemble de la section. (cf. fig. 21).

On étudie également l'équilibre du prisme ABCD situé au dessus de la coupure, soumis à trois groupes de forces :

- les forces appliquées en section S_A (section d'ancrage) sont Ft_A et Fn_A , respectivement composantes tangentielle et normale de la force de précontrainte
- les forces appliquées en section S_R (section de régularisation) sont :

=> la composante horizontale X , somme de l'ensemble des contraintes normales appliquées à cette section générées par les effets de précontrainte σ_{prec} et par les effets de la réaction d'appui σ_R :

$$X = - \int_{t_c}^0 [\sigma_{prec}(t) + \sigma_R(t)] \times e(t) \times dt$$

=> la composante tangentielle Z égale à :

$$Z = - \int_{t_c}^0 [\tau_{prec}(t) + \tau_R(t)] \times e(t) \times dt$$

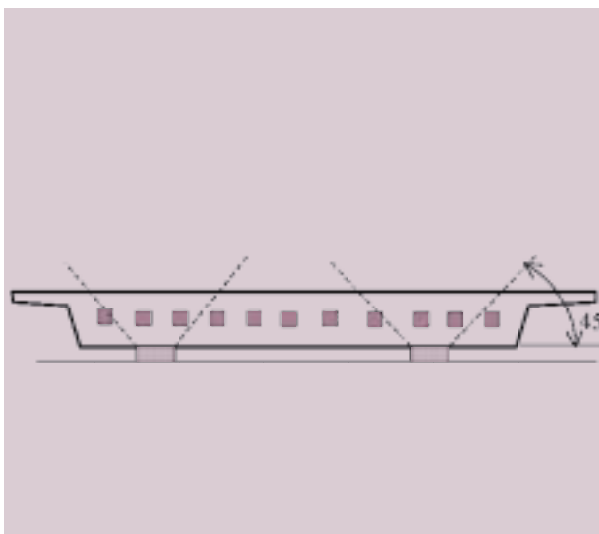


Fig. 21 - Zones d'influence des réactions d'appui

- les forces appliquées entre les sections S_A et S_R sont égales à la poussée au vide des câbles s'ils présentent une courbure et égales à :

$$n = Ft_R - Ft_A$$

$$v = Fn_R - Fn_A$$

Les efforts appliqués sur la coupure qui permettent d'équilibrer le prisme étudié sont égaux à :

$$V^* = -(Fn_A + X + v)$$

$$N^* = -(Ft_A + Z + n)$$

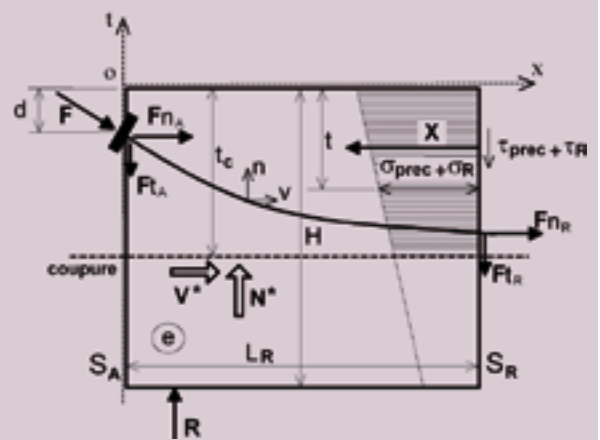


Fig. 22 - Efforts sur coupure – câbles inclinés et courbes et réaction d'appui

4.5 - Vérifications

4.5.1 - Vérification de l'intégrité du béton

On considère la résistance du béton $f_{ctk,0,05}(t_c)$ en prenant en compte l'âge du béton au moment de la mise en tension des câbles⁵.

Sur chacune des coupures, on s'assure de l'intégrité du béton vis-à-vis du cisaillement, en vérifiant :

$$|\tau^*| - \sigma^* \leq f_{ctd} = 1,2 f_{ctk,0,05}(t_c)$$

dans laquelle $\tau^* = \frac{V^*}{L_n \times e(t_c)}$ et $\sigma^* = \frac{N^*}{L_n \times e(t_c)}$

Nota 1 : quand l'épaisseur $e(t_c)$ varie, au droit d'une coupure de cote t_c , sur la longueur de régularisation, on remplace le produit $L_n \times e(t_c)$ par l'aire totale de la section coupée.

Nota 2 : compte tenu du caractère conventionnel de ces contraintes, elles peuvent présenter des discontinuités de part et d'autre d'une coupure, en cas de variation brutale de section coupée.

4.5.2 - Détermination des armatures de diffusion

Définition : f_{yk} limite élastique des armatures de béton armé utilisées.

La contrainte de calcul dans les armatures f_{yd} est limitée en général à $f_{yk}/1,15$; cependant dans les cas où la fissuration doit être limitée pour des raisons d'environnement ou d'aspect, la valeur de la contrainte de calcul doit être minorée. Dans tous les cas, pour ce calcul, f_{yk} est plafonnée à 500 MPa.

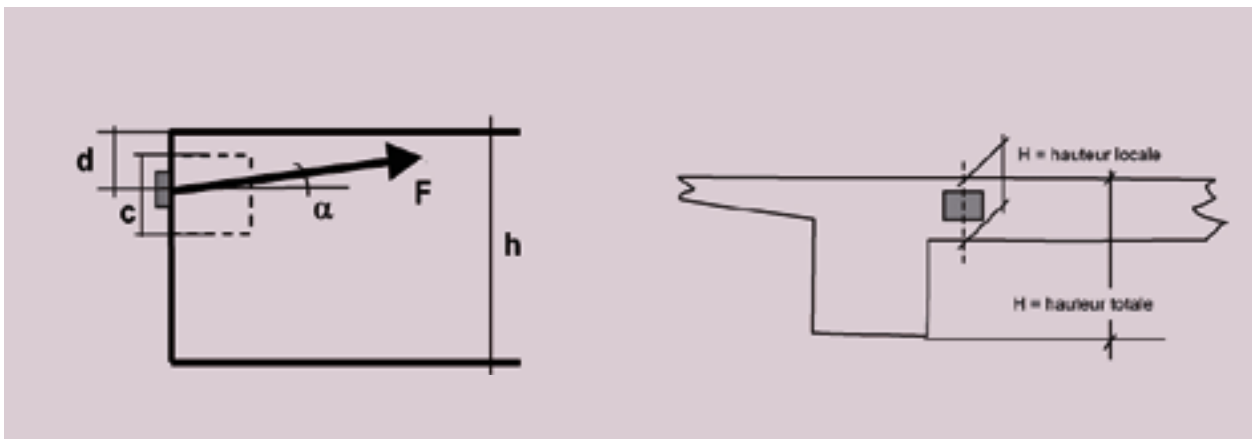


Fig. 23 - Première zone – câble incliné excentré

Les armatures de couture de première zone sont calculées avec la force à la mise en tension F_0 , alors que celles de deuxième zone (équilibre général) sont calculées avec les forces de précontrainte existantes dans la phase considérée.

On détermine les deux sections d'armatures suivantes :

• Armatures de couture de première zone

Pour chaque ancrage, ce sont les armatures qui traversent le prisme local associé.

Dans chaque direction, elles doivent intéresser toute la dimension du panneau (ou « hauteur locale » h) où est implanté l'ancrage et présenter une section au moins égale à :

$$A_s = [0,15 \times \xi + \sin \alpha \times (\xi - 1)] \frac{F_d}{f_{yd}} \quad \text{où :}$$

F_d est la force de calcul de l'ancrage à la mise en tension ;

α est l'inclinaison du câble à l'ancrage ;

α est compté positivement si la composante tangentielle du câble est orientée vers le bord libre le plus proche et négative si elle est orientée vers l'intérieur du bloc.

ξ est un facteur prenant en compte la distance d [voir aussi fig. 22] de l'ancrage au parement et son excentrement par rapport à la hauteur locale h de la pièce en béton au droit de l'ancrage.

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{d \times \left(\frac{3}{h} + \frac{1}{c}\right)}}$$

Fig. 24 - Première zone – définition de la hauteur locale

⁵ Il est rappelé que $f_{ctk,0,05} = 0,7 f_{ctm}$, avec f_{ctm} résistance moyenne à la traction du béton, valeur facilement accessible pour un chantier à partir des mesures en compression.

Si l'agrément du procédé le permet, ces armatures peuvent résulter d'une adaptation du façonnage des « armatures d'éclatement » qu'il définit. Dans le cas contraire où l'agrément considère lesdites armatures comme indissociables du système et donc impossibles à modifier, les armatures de couture précédemment définies doivent être mises en place en complément.

Dans le cas où m ancrages voisins constituent un ancrage équivalent groupé, F_0 doit être pris égal à la somme des forces de ces ancrages groupés (cf. § 3.2).

Ces armatures doivent régner sur toute la hauteur de la pièce, sauf cas exceptionnel de poutre de très grande dimension transversale (verticale ou horizontale).

• **Armatures d'équilibre général**

Elles doivent être capables d'équilibrer le cisaillement exercé sur le plan de couture après écrêtement correspondant à la prise en compte d'une reprise partielle de l'effort par le cisaillement du béton.

$$(V^* - N^*)_{red} = (V^* - N^*) \times \left(0,2 + 0,8 \times \sqrt{\frac{f^* - \sigma^*}{f_{red}}} \right)$$

soit $A_{sc,red} = \frac{(V^* - N^*)_{red}}{f_{sc}}$

4.5.3 - **Positionnement des armatures**

Les deux catégories d'armatures ci-dessus sont à mettre en place selon la répartition longitudinale suivante :

- on divise la longueur de régularisation L_R en trois zones d'égales longueurs ;
- on dispose A_c sur une longueur au maximum égale à $1,2 c$ (armatures locales), en positionnant les premiers aciers au plus près de l'ancrage ;
- on complète, si nécessaire ⁶, de façon à avoir au moins $2/3 A_{sc}$ sur le premier tiers de L_R et A_{sc} sur les deux premiers tiers de L_R .

Dans le cas d'une section courante soumise à un effort tranchant général nécessitant une section d'armature de cisaillement, on placera en toute zone une densité d'armatures verticales égale au maximum entre les aciers définis ci dessus et les armatures d'effort tranchant correspondant au cas de charge le plus défavorable.

Le calcul prenant en compte, notamment, le cisaillement dû à la réaction d'appui, il serait tout à fait inadapté de déterminer des armatures d'effort tranchant à partir d'un calcul de Résistance des Matériaux, puisque comme indiqué au chapitre « Principes de calcul », on est dans une zone où les contraintes ne vérifient pas le principe de NAVIER.

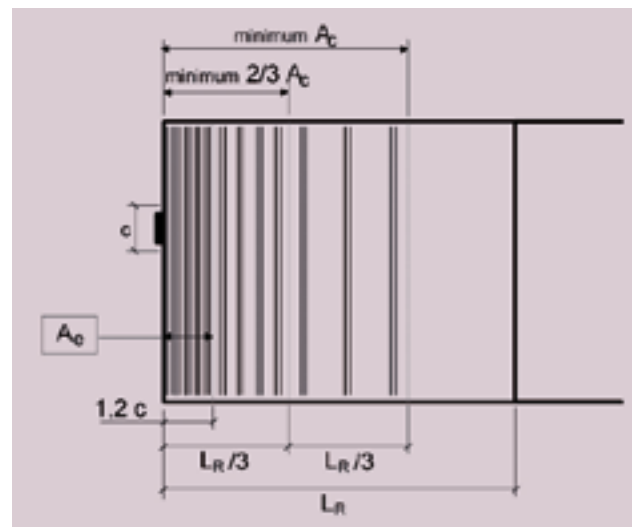


Fig. 25 - Principe de répartition du ferrailage

⁶ Ce complément est nécessaire non seulement lorsque $A_{sc} > A_c$ mais également lorsque certaines des armatures disposées au titre de A_c ne présentent pas un façonnage leur permettant de jouer le rôle d'armatures d'équilibre général.

4.6 - Cas où l'ancrage n'est pas en section d'about

Dans ce cas, outre les effets locaux de la précontrainte, objet de la présente analyse, la poutre est soumise à des efforts généraux provenant de charges extérieures. Ces efforts généraux se traduisent au niveau du bloc d'étude, par des moments fléchissants M_A et M_R au droit des sections S_A et S_R , générant des contraintes normales appliquées aux deux sections S_A et S_R .

On étudie également l'équilibre du prisme ABCD situé au dessus de la coupure, soumis à trois groupes de forces :

- les forces appliquées en section S_A (section d'ancrage) sont :

- Ft_A et Fn_A , respectivement composantes tangentielle et normale de la force de précontrainte
- $\sigma_A(t)$, contraintes appliquées à la section sous l'effet du moment fléchissant général M_A et la résultante X_A sur la hauteur t_c

$$X_A = \int_{-t_c}^0 \sigma_A(t) \times e(t) \times dt$$

- les forces appliquées en section S_R (section de régularisation) sont :

- $\sigma_R(t)$, contraintes appliquées à la section sous l'effet du moment fléchissant général M_R et la résultante X_R sur la hauteur t_c

$$X_R = - \int_{-t_c}^0 \sigma_R(t) \times e(t) \times dt$$

- la composante horizontale X égale à :

$$X = - \int_{-t_c}^0 \sigma_{prec}(t) \times e(t) \times dt$$

- la composante tangentielle Z égale à :

$$Z = - \int_{-t_c}^0 \tau_{prec}(t) \times e(t) \times dt$$

- les forces appliquées entre les sections S_A et S_R sont égales à la poussée au vide des câbles s'ils présentent une courbure et égales à :

$$\begin{aligned} n &= Ft_R - Ft_A \\ v &= Fn_R - Fn_A \end{aligned}$$

Les efforts appliqués sur la coupure qui permettent d'équilibrer le prisme étudié sont égaux à :

$$\begin{aligned} V^* &= -(Fn_A + X + v) - (X_A + X_R) \\ N^* &= -(Ft_A + Z + n) \end{aligned}$$

Dans le cas général, il est possible, en négligeant les charges extérieures appliquées sur la longueur comprise entre S_A et S_R , de déduire la valeur $X_A + X_R$ de la valeur de l'effort tranchant général V en ce point, sans se référer aux moments M_A et M_R .

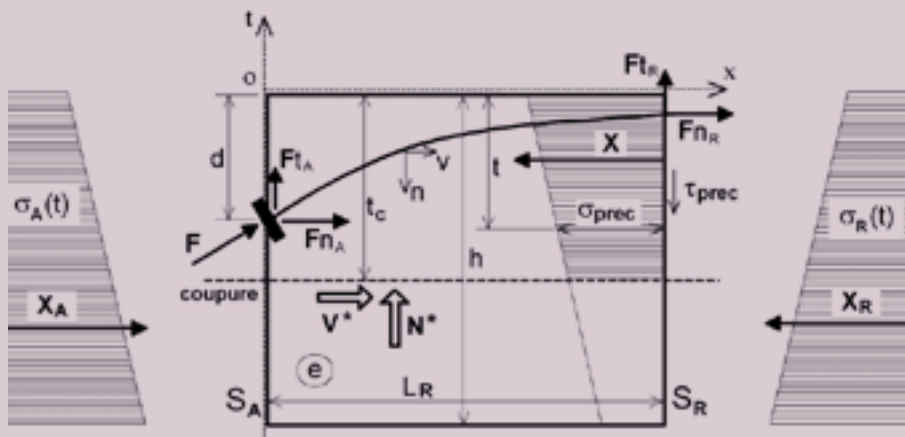


Fig. 26 - Efforts sur coupure – cas où l'ancrage est en section intermédiaire

En effet, dans ce cas :

$$X_A + X_R = \int_{-L_c}^0 (\sigma_A - \sigma_R) \times t \times e(t) \times dt$$

or $\sigma_A = M_A \times \frac{t_{(0)}}{I_G} + C_n$ et $\sigma_R = M_R \times \frac{t_{(0)}}{I_G} + C_n$ ⁷
(avec $t_{(0)}$ ordonnée par rapport au centre de gravité)

comme $M_R = M_A + V \times L_n$

$$\sigma_A - \sigma_R = (M_A - M_R) \times \frac{t_{(0)}}{I_G} = -V \times L_n \times \frac{t_{(0)}}{I_G}$$

$$X_A + X_R = \int_{-L_c}^0 (\sigma_A - \sigma_R) \times e(t) \times dt = \int_{-L_c}^0 -V \times L_n \times \frac{t_{(0)}}{I_G} \times e(t) \times dt$$

$$X_A + X_R = \frac{-V \times L_n}{I_G} \int_{-L_c}^0 t_{(0)} \times e(t) \times dt$$

La contrainte de cisaillement correspondante sur la section de coupure est égale à :

$$\tau = -\frac{X_A + X_R}{L_n \times \theta(t_c)} = \frac{V}{I_G \times \theta(t_c)} \int_{-L_c}^0 t_{(0)} \times e(t) \times dt = \tau_{red}$$

cette valeur de cisaillement est donc celle correspondant au cisaillement d'effort tranchant général.

Dans le système d'axe local défini pour le bloc d'étude, son signe est > 0 :

si $\sigma_R > \sigma_A$, c'est à dire si $M_R < M_A$ les signes de M étant considérés avec les usages habituels de la RdM : un moment positif comprime la fibre supérieure de la poutre ;

si $V > 0$ avec, comme convention, V positif lorsque l'effort exercé par la partie droite sur la partie gauche a une composante verticale dirigée vers le bas.

Les justifications de l'intégrité du béton et les quantités d'armatures à mettre en place se déduisent des formules données dans le cas général, et deviennent :

$$\text{Intégrité du béton } |\tau^* + \tau| - \sigma^* \leq 1,2 f_{cud}$$

Armatures de première zone

$$A_s = [0,15 \times \xi + \sin \alpha \times (\xi - 1)] \frac{F_d}{f_{sd}}$$

Armatures d'équilibre général

$$(V^* + V| - N^*)_{red} = (V^* + V| - N^*) \times \left(0,2 + 0,8 \times \sqrt{\frac{|\tau^* + \tau| - \sigma^*}{f_{cud}}} \right)$$

$$\text{soit } A_{c,red} = \frac{(V^* + V| - N^*)_{red}}{f_{sd}}$$

Les dispositions d'armatures sont identiques à celles développées au paragraphe 4.5.

Pour éviter une fissuration en amont des ancrages due à la perturbation de la répartition des contraintes par l'effet local de l'ancrage, on place en amont du plan S_A des aciers égaux à $A_c/2$ et $A_c/2$ symétriquement disposés par rapport à ce plan.

Dans tous les cas, en tout point de la zone d'étude, on met en place comme aciers de cisaillement une section égale au maximum entre les aciers calculés pour la diffusion et ceux calculés pour la reprise de l'effort tranchant général.

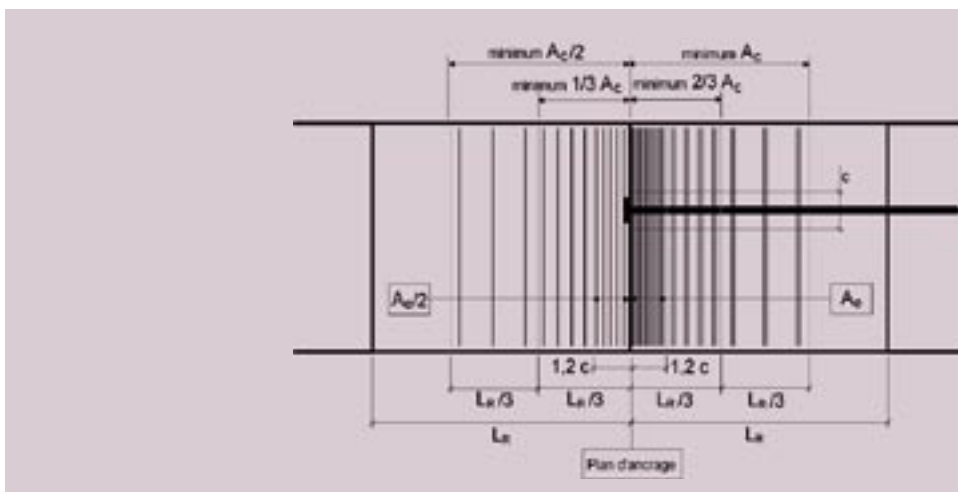


Fig. 27 - Répartition des armatures transversales pour un ancrage en section intermédiaire

⁷ La « constante » C_n représente la composante de l'effort normal extérieur qui, en l'absence de charge extérieure longitudinale, est la même dans les sections S_A et S_R et s'élimine donc lors de la différence entre σ_A et σ_R

Dispositions complémentaires

Pour éviter la fissuration en arrière de l'ancrage liée à la déformation locale du béton sous l'effet de l'effort concentré, on place des armatures d'entraînement parallèles à l'axe du câble dont la section est égale à :

$$A_1 = \frac{F_d / 2 - \sigma \times \Omega}{f_{sd}}$$

si la section n'est jamais section d'about ;

et

$$A_1 = \frac{F_d / 4 - \sigma \times \Omega}{f_{sd}}$$

si la section est provisoirement section d'about.

Les armatures d'entraînement règnent sur une longueur égale à

$$\frac{L_n}{2} + \frac{L_s}{2}$$

où L_s est la longueur de scellement droit de ces armatures.

dans lesquelles :

- Ω est une surface intersection de la section de la poutre et d'une surface homothétique de facteur 2 de la surface du rectangle d'impact lié à l'ancrage (cf. fig. 29) ;

• σ est la contrainte de compression quasi permanente appliquée par les efforts généraux de flexion longitudinale de la poutre au niveau de l'ancrage considéré.

4.7 - Cas particulier des forces concentrées autres que celles des ancrages de précontrainte

Il s'agit essentiellement du cas des appareils d'appui pour lesquels on distingue deux familles :

- les appareils d'appui en néoprène fretté, qui appliquent sur le béton des contraintes généralement inférieures à la contrainte admissible en compression du béton, en raison de leurs règles de dimensionnement ;
- et des appareils d'appui, soit à pot de néoprène, soit métalliques, qui génèrent des contraintes sensiblement supérieures.

4.7.1 - Appareils d'appui à contrainte sur le béton modérée

Pour les appareils d'appui appliquant une contrainte compatible avec la résistance du béton, la notion de « prisme local » serait alors sans objet. Les justifications spécifiques à la charge concentrée se limitent aux vérifications dites « d'équilibre général » (cf. § 4.5).

Pour l'application de ces règles et en l'absence de « prisme local », on prend alors c et c' tels que la surface ($c \times c'$) homothétique des dimensions de la plaque d'appui (plus petite que celle-ci par hypothèse) satisfasse la condition d'équilibre limite pour le béton de résistance f_{ck} (cf. § 3.2). L'effort maximal F (prenant en compte les différentes actions sur la structure) est considéré avec sa valeur ELS, de manière à être cohérent avec celle des efforts de précontrainte.

Le paragraphe 4.5 permet le calcul des armatures et leur localisation, en fonction de c et c' et de L_R . Pour ce dimensionnement, l'effort de calcul F_d est alors pris avec sa valeur à l'ELU ou bien sa valeur ELS pondérée par un coefficient de 1,35.

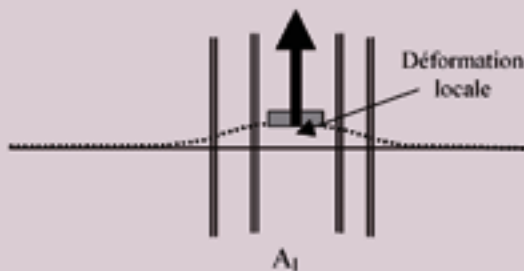


Fig. 28 - Ancrage en section intermédiaire – armatures longitudinales

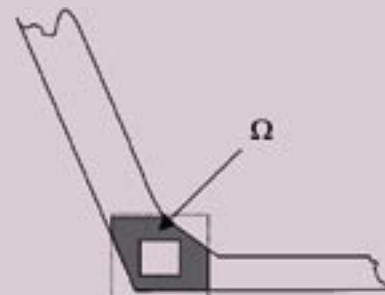


Fig. 29 - Ancrage en section intermédiaire – section de béton participantes

4.7.2 - Appareils d'appui à contrainte sur le béton élevée

Pour les appareils entraînant des contraintes qui excèdent la valeur admissible en compression simple sur le béton, on définit un « prisme local », comme pour un ancrage, en se référant à la résistance du béton, comme défini ci-avant (cf. § 3.2).

Le ferrailage à l'intérieur de ce prisme doit satisfaire aux règles du « prisme local », F étant la réaction d'appui, et aux règles d'équilibre général.

4.7.3 - Dispositions constructives

Les appareils d'appui sont des pièces préfabriquées. L'excellence requise du contact entre ces pièces et les éléments portés et porteurs nécessite un calage, généralement réalisé grâce à une mince épaisseur de béton (ou de mortier) de quelques cm d'épaisseur. Aucun ferrailage n'est requis pour cette zone tant que le rapport épaisseur/largeur min est $< 0,2$ et que l'épaisseur est inférieure à 6 cm. Lorsque ces limites sont dépassées, il convient de disposer un ferrailage transversal bi-directionnel capable de reprendre un effort de $0,04 F_d$.

4.8 - Cas particulier des bossages d'ancrage

Dans le cas d'un bossage d'ancrage de câble de précontrainte, l'ancrage du câble est placé dans une pièce en béton constituant une excroissance locale de la section de la poutre, les recommandations développées précédemment doivent donc être adaptées.

Les justifications doivent couvrir deux approches :

- d'une part, la validation de la diffusion de l'effort dans la structure aux abords du bossage ;
- d'autre part, l'accrochage de cette excroissance de béton au reste de la structure.

4.8.1 - Justification de l'accrochage du bossage à la poutre

Deux cas peuvent se présenter :

- le cas d'un bossage d'ancrage d'un câble intérieur au béton qui, à l'extrémité du bossage, pénètre à l'intérieur de la section de la poutre ;
- le cas d'un bossage d'ancrage d'un câble extérieur au béton qui ne pénètre pas à l'intérieur de la section de la poutre.

Bossage de câble intérieur au béton

Armatures de couture des bossages :

On met en place 3 séries d'armatures successives sur la longueur du bossage.

- Les aciers A1 au voisinage de l'ancrage

Ce sont les aciers locaux définis précédemment.

Ils doivent reprendre un effort égal à $0,15 F_d$ soit une section égale à :

$$A_1 = \frac{0,15 F_d}{f_{sd}} \quad \text{Ⓜ}$$

– ils doivent être disposés dans les deux directions sur toute l'épaisseur du bossage et de la pièce sur laquelle celui-ci est attaché ;

– ils sont disposés sur une longueur égale à $1,2 c = \delta$.

- Les aciers A3 de poussée au vide due à la courbure du câble

Ils doivent reprendre, suivant le plan de déviation du câble, la partie de l'effort $F \sin \alpha$ non reprise par le béton comprimé (partie forfaitairement prise égale aux $2/3$), soit une section égale à :

$$A_3 = \frac{2 F_d \times \sin \alpha}{3 f_{sd}}$$

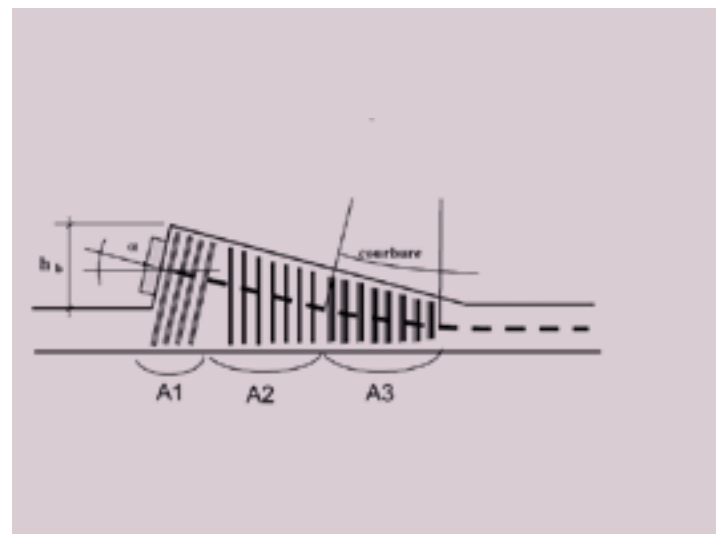


Fig. 30 - Bossage d'ancrage – définition des armatures

- ils sont disposés sur toute la longueur de la zone de courbure du câble ;
- ils doivent être correctement ancrés au dessus du câble côté centre de courbure, et régner sur toute la hauteur de la pièce sur laquelle le bossage est attaché.

- Les aciers A2 disposés entre les aciers A1 et A3

Dans le cas courant des bossages ne présentant **pas de reprise de bétonnage**, ces aciers A2₂ doivent être capable d'équilibrer un effort égal à 0,15 F_d :

$$A_2 = \frac{0,15 \times F_d}{f_{yd}}$$

Dans le cas où les bossages comportent une **reprise de bétonnage**, ce qui est vivement déconseillé, la surface de reprise devra être rugueuse ; les aciers A2 doivent être capable d'équilibrer un effort égal 0,4 F_d :

$$A_2 = \frac{0,4 \times F_d}{f_{yd}}$$

Bossage de câble extérieur au béton

L'effort étant dirigé vers l'extérieur du béton, il convient tout d'abord de l'accrocher entièrement en utilisant la règle des coutures. Mais il faut également reprendre la composante de traction de l'effort de précontrainte.

On dispose 3 catégories d'armatures sur la longueur du bossage :

- les aciers A1 au voisinage de l'ancrage

Ce sont les aciers d'éclatement définis précédemment. Ils doivent reprendre un effort égal à 0,15 F_d soit une section égale à :

$$A_1 = \frac{0,15 F_d}{f_{yd}}$$

- ils doivent être disposés dans les deux directions sur toute l'épaisseur du bossage et de la pièce sur laquelle il est attaché ;
- ils sont disposés sur une longueur égale à 1,2 c.

- Les aciers A2 de couture du bossage

L'ensemble des aciers A1 + A2 doit être capable d'équilibrer un effort de cisaillement égal à la composante horizontale de F_d d'où :

$$A_2 = \frac{F_d \times \cos \beta}{f_{yd}} - A_1$$

Ils sont disposés sur toute la longueur du bossage.

- Les aciers A3 d'arrachement du bossage

Ils doivent reprendre un effort égal à F sin β suivant le plan de déviation du câble, soit une section égale à :

$$A_3 = \frac{F_d \times \sin \beta}{f_{yd}}$$

- ils sont disposés sur toute la longueur de la zone de courbure du câble ;
- ils doivent être correctement ancrés au dessus du câble, côté centre de courbure, et régner sur toute la hauteur de la pièce sur laquelle le bossage est attaché.

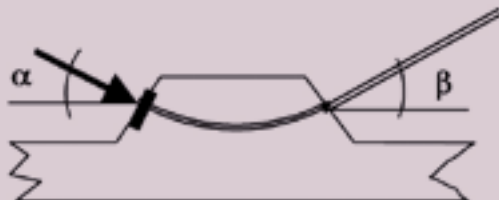


Fig. 31 - Bossage d'ancrage de câble extérieur

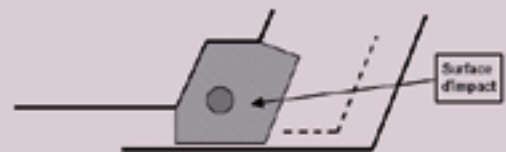


Fig. 32 - Bossage d'ancrage – définition de la surface d'impact

4.8.2 - Diffusion dans l'ensemble de la poutre de l'effort apporté par le bossage

Cette justification suit les règles générales de diffusion explicitées ci-avant en considérant comme surface d'impact de l'ancrage, la surface totale du bossage et de la partie de poutre associée.

Dans le sens longitudinal parallèlement à l'axe du câble de précontrainte, on met en place des armatures destinées à contrecarrer les déformations de la section localement sous l'ancrage, comme dans le cas d'un ancrage situé dans une section qui n'est pas section d'about.

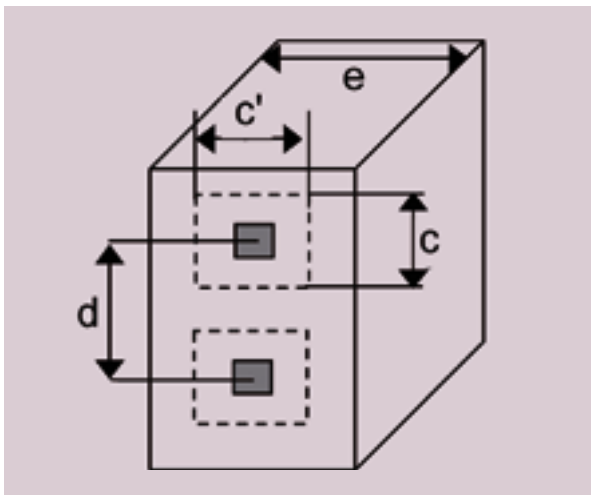
Récapitulation du calcul de diffusion

Diffusion selon deux directions orthogonales, correspondant en général aux axes principaux d'inertie de la section étudiée (en général, l'horizontale et la verticale).

Si D est une donnée correspondant à la première direction, la donnée correspondante dans la deuxième direction sera D'.

Le calcul de diffusion de la précontrainte est réalisé dans deux zones :

- une zone comprenant le voisinage immédiat de l'ancrage, appelée prisme local ;
- une zone plus globale appelée zone de régularisation.



1 - Prisme local

Prisme de section $c \times c'$ centrée autour de l'ancrage et de profondeur δ , c et c' doivent vérifier (cf. § 3.2 – chapitre « Règles de calcul » du document principal) :

$$A = \max \left\{ \frac{F_0}{0,6 f_{ct}(t_0)} \right. \\ \left. 4b_0 b'_0 \right.$$

F_0 force de précontrainte à la mise en tension - cette première zone permet de passer d'une force quasi-punctuelle à des contraintes d'environ $0,6 f_{ct}(t_0)$.

Limites : $0,85 \times c_0 \leq c \leq \frac{c_0}{0,85}$ avec $c_0 = \sqrt{A} \sqrt{\frac{b_0}{b'_0}}$

$$c_0 = \sqrt{A} \sqrt{\frac{b_0}{b'_0}} \text{ et } c' = \frac{A}{c}$$

($2b_0$ et $2b'_0$ étant les dimensions du bloc d'about testé définies dans l'ATE du système de précontrainte).

Le cas des ancrages multiples est traité au § 3.2. du chapitre « Règles de calcul ».

La profondeur δ est définie par la formule suivante : $\delta = 1,2 \max(c, c')$ (cf. « Règles de calcul » § 3.3).

Ferraillage du prisme local

Le prisme local doit comporter le ferraillage prescrit par l'ATE du procédé.

Par ailleurs, le prisme local doit être relié au reste de la structure par des **armatures de couture de première zone**. Moyennant une adaptation de leur tracé (prolongation sur toute la dimension du panneau), les armatures de l'agrément peuvent faire office d'armatures de couture. Sinon, celles-ci viennent en complément (cf. « Règles de calcul » § 3.4).

Leur dimensionnement tient compte de l'inclinaison de la force et de l'excentrement par rapport à l'axe du panneau.

Armatures de couture de première zone

$$A_s = [0,15 \times \xi + \sin \alpha \times (\xi - 1)] \frac{F_d}{f_{yd}}$$

où F_d force de précontrainte de calcul $F_d = 1,2F_0$

f_{yd} contrainte de calcul des sections d'acier ;

$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = f_{yk} / 1,15$ (f_{yk} limitée à 500 MPa)

α angle d'inclinaison du câble

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{d \times \left(\frac{3}{h} + \frac{1}{c}\right)}}$$

avec h hauteur locale (figure ci-dessous).

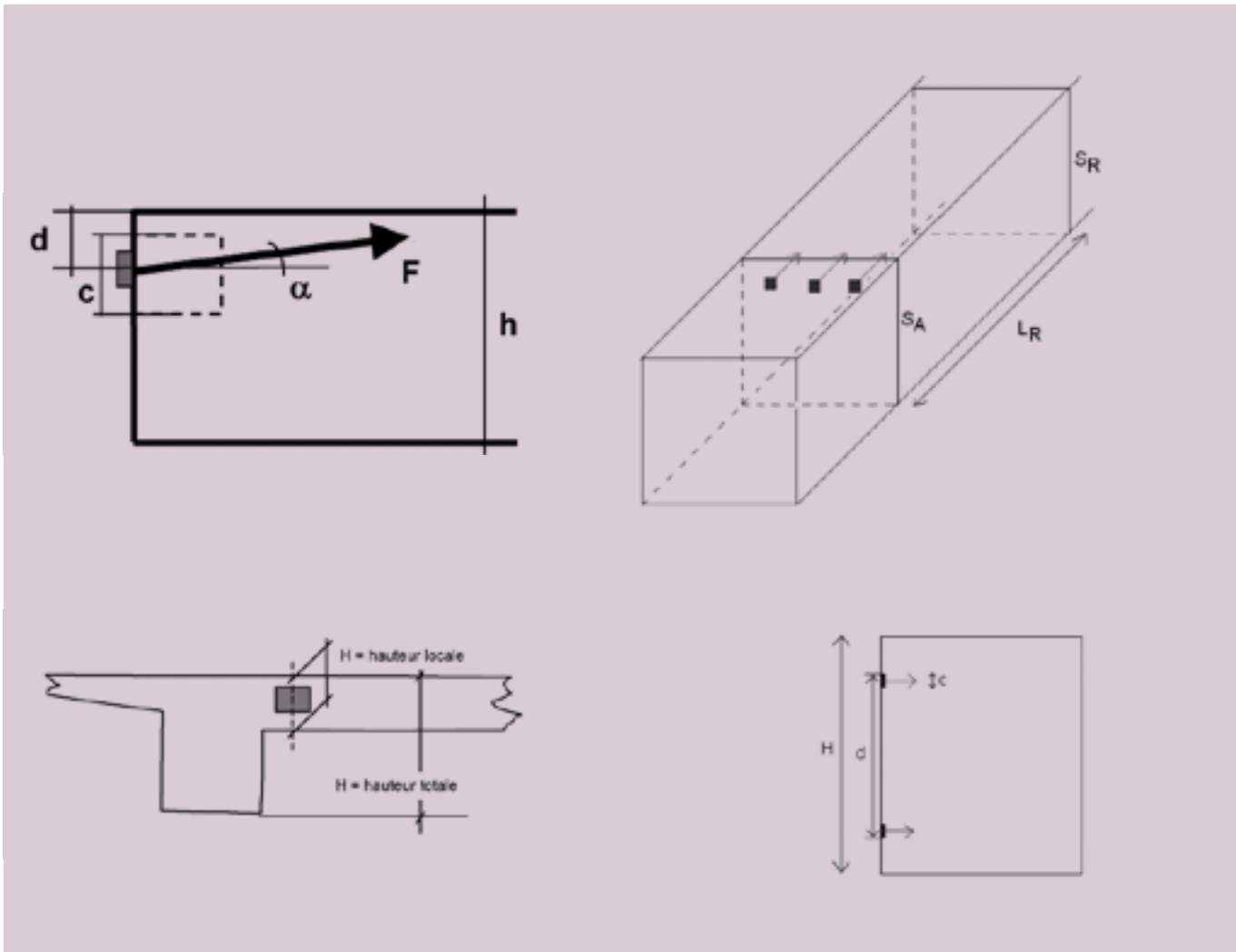
2 - Zone de régularisation

Zone qui s'étend de la section dans laquelle sont ancrés les câbles (section d'ancrage S_A) jusqu'à la section de régularisation (S_R) où l'on peut considérer que les contraintes induites par les forces d'ancrage sont réparties linéairement sur toute la section, selon le principe de Bernoulli.

Longueur de régularisation

La longueur de régularisation est calculée de la manière suivante dans une direction donnée :

$$L_R = \max\left(H - d, \frac{H}{2}\right) \quad (\text{« Règles de calcul » § 2})$$



Vérification des contraintes et calcul des armatures à disposer sur la zone de régularisation

Sur chaque coupure de la section située à une distance supérieure à $c/2$ ou $c'/2$ d'un ancrage, on calcule, en prenant en compte tous les efforts exercés sur le bloc isolé par la coupure (précontrainte, réaction d'appui, poids propre, effort des tronçons situés de part et d'autre de S_A et S_R ...), l'effort normal N^* et la force de cisaillement V^* s'appliquant sur cette coupure (figure ci-dessous).

Les autres efforts pris en compte sont les efforts ELU concomitants avec la réaction d'appui (éventuelle) la plus faible.

Si σ^* et τ^* sont les contraintes moyennes correspondantes à N^* et V^* , elles doivent vérifier (« Règles de calcul » § 4.5) :

$$|\tau^*| - \sigma^* \leq f_{ctd}(t_0)$$

où $f_{ctd}(t_0)$ est la contrainte limite de cisaillement du béton, dû à la diffusion sur les coupures, à la mise en tension :

$$f_{ctd}(t_0) = 1,2 \times f_{ctd,0,99}(t_0)$$

Armatures d'équilibre général
(« Règles de calcul » § 4.5)

$$A_{\text{éq}} = \frac{(V^* - N^*)}{f_{ctd}} \times \left(0,2 + 0,8 \times \sqrt{\frac{|\tau^*| - \sigma^*}{f_{ctd}}} \right)$$

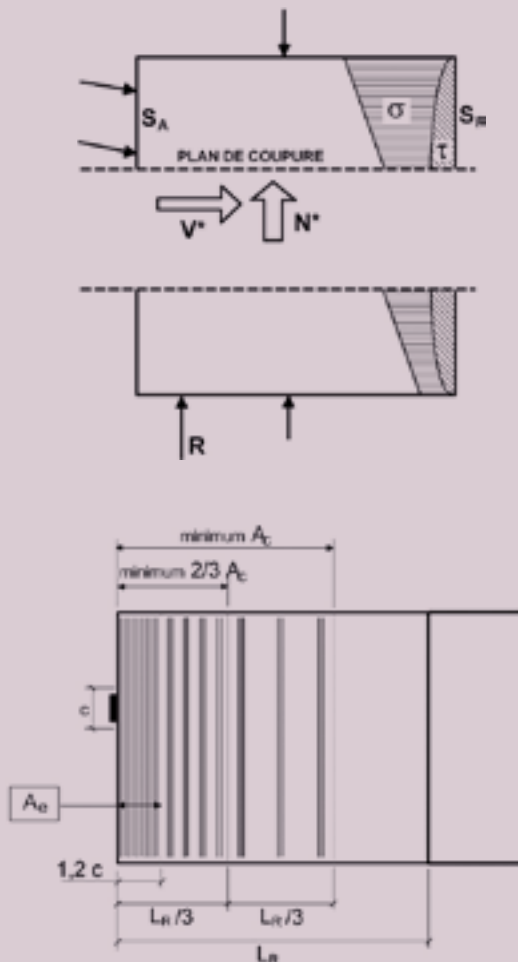
3 - Positionnement des armatures

Chaque prisme local doit comporter des armatures conformes à celles définies dans l'agrément technique européen (« Règles de calcul » § 3.4).

Chaque prisme local doit être relié à la structure dans les deux directions par des armatures au moins égales à A_c couvrant toute la dimension du panneau dans chaque direction (« Règles de calcul » § 3.4).

On complète ce ferrailage pour avoir au moins $2/3 A_{c2}$ sur le premier tiers de L_R et A_{c0} sur le deuxième tiers de L_R (« Règles de calcul » § 4.4).

Dans le cas où la section n'est pas section d'about définitive, voir paragraphe 4.6 des « Règles de calcul ».





Ce guide propose une méthodologie de traitement des zones de diffusion des efforts concentrés. La majorité des difficultés de ces zones délicates provient principalement des efforts de précontrainte dont l'augmentation continue de la puissance unitaire des câbles a rendu encore plus aigu le problème du dimensionnement des zones d'ancrage, donnant lieu à des fissurations de caractère pathologique.

La difficulté du dimensionnement de ces zones est de deux ordres :

- *théorique*

- le problème est tridimensionnel ;
- la résistance des matériaux, avec les principes de NAVIER, n'est plus valable dans ces zones ;
- dès lors que le béton est fissuré, la théorie de l'élasticité ne peut s'appliquer ;
- la méthode des bielles, déjà utilisée pour l'étude des semelles depuis longtemps, comporte des risques résultant d'interprétations erronées du parcours des efforts dans des formes complexes.

- *pratique*

Les problèmes peuvent venir de mauvaises dispositions constructives, d'un défaut de cohérence entre les textes, ou surtout d'une concentration excessive des armatures dans les zones concernées, entraînant des défauts de bétonnage.

Des interprétations divergentes, liées parfois au manque de précision des textes actuels, donnent lieu à discussions, voire litiges, entre bureaux d'études et contrôleurs. Ceci étant dû au fait que, bien souvent, les prescriptions de ces règlements ne sont qu'un recueil de recettes inspirées abusivement des règles de la résistance des matériaux.

Au terme de l'analyse, il est apparu que l'actuelle approche semi-empirique - basée sur le calcul de contraintes de cisaillement, avec des ajustements calés par de nombreux exemples - pouvait être conservée.

Ce guide complète les textes européens, tout en restant homogène avec eux, l'Eurocode 2 étant très discret sur la présente question.

Il est accompagné d'un document « Exemples d'application ».

Le guide méthodologique et le document « Exemples d'application » sont indissociables et ne peuvent être vendus séparément.

Ces documents sont disponibles au bureau de vente du Sétra
46 avenue Aristide Briand - BP 100 - 92225 Bagneux Cedex - France
téléphone : 33 (0)1 46 11 31 53 - télécopie : 33 (0)1 46 11 33 55
Référence : 0634 - Prix de vente de l'ensemble : **20 €**

Couverture - crédits photos : Sétra / CTOA
Conception graphique, mise en page : Domigraphic - 16 rue Diderot - ZAC Les Radars - 91353 Grigny
Impression : Caractère - 2, rue Monge - BP224 - 15002 Aurillac-Cedex
L'autorisation du Sétra est indispensable pour la reproduction, même partielle, de ce document.
© 2006 Sétra - Dépôt légal : 4^{ème} trimestre 2006 - ISBN : 2-11-095820-0



Ce document participe à la protection de l'environnement.
Il est imprimé avec des encres à base végétale sur du papier écolabélisé PEFC.
CTBA/06-00743



Le Sétra appartient
au Réseau Scientifique
et Technique
de l'Équipement

Exemples d'application

Diffusion des efforts concentrés

Efforts de précontrainte et des appareils d'appui



RÉPUBLIQUE FRANÇAISE



ministère des Transports de l'Équipement du Tourisme et de la Mer

Page laissée blanche intentionnellement

Exemples d'application

Diffusion des efforts concentrés

Efforts de précontrainte et des appareils d'appui



collection les outils



Ont participé à la rédaction de ce document :

- Robert CHAUSSIN: Ingénieur Général des Ponts et Chaussées, CGPC ;
- Bernard GAUSSET : directeur technique, ARCADIS ;
- Roger LACROIX: expert – consultant ;
- Daniel LECOINTRE : ex-directeur technique, Sétra/DGO ;
- Pierre XERCAVINS : Px-Dam consultants.

Les dessins ont été effectués par Jean-François DERAIS, Sétra/DGO.

Préface

Les exemples donnés ci-après ont pour but d'expliciter les principes de calcul énoncés dans le document général. Bien que l'on se soit efforcé de les rendre chacun "autoportant", l'ordre dans lequel ils sont présentés doit permettre d'aborder la compréhension des divers calculs dans le sens d'une complexité croissante :

Caisson à deux âmes

Il s'agit d'un caisson traditionnel à deux âmes construit par encorbellements successifs. On étudie un voussoir qui est ancré à la structure déjà construite par une paire de câbles intérieurs au béton. Le tracé de ces câbles est droit, parallèle à la fibre moyenne, ce qui conduit à l'étude de la seule diffusion de l'effort normal, aucun autre effort n'existant par ailleurs. Le calcul peut s'effectuer par la simple intégration des surfaces, le système étant isostatique vis-à-vis des efforts de diffusion. Ce n'est pas le cas des exemples 4 et 5 qui nécessitent des programmes plus élaborés.

Poutre de VIPP

L'étude de cette poutre permet, en premier lieu, de savoir comment traiter le cas d'éléments identiques et symétriques en géométrie et en effort. Par ailleurs, cette poutre est soumise à une réaction d'appui dans la section d'ancrage, et les câbles étant inclinés (par rapport à la fibre moyenne toujours), on étudie l'effet de la composante verticale des efforts. La simplicité de la géométrie évite une plus grande complexité des calculs. Enfin, l'exemple montre la nécessité d'épaissir systématiquement leur extrémité.

Dalle de PSIDP

Il s'agit d'une dalle de PSIDP comportant les éléments déjà présentés ci-dessus : réaction d'appui, inclinaison des câbles. Dans l'étude de la diffusion dans le plan horizontal, la largeur relativement importante entraîne une longueur de régularisation significative, ce qui conduit à examiner l'influence des charges verticales réparties, mais aussi celle du tracé des câbles en tenant compte de leur courbure.

Par ailleurs, on étudie deux principes d'ancrage différents : tous les ancrages répartis sur une seule ligne ou au contraire sur deux lignes. La conséquence principale est une réduction conséquente des contraintes et des armatures pour la diffusion dans le plan vertical. On remarque ainsi l'intérêt d'une disposition plus favorable des ancrages.

Dans cet exemple, on étudie deux structures courantes de PSIDP : la dalle épaisse et la nervure plate à larges encorbellements.

Voussoir sur culée d'un caisson classique

Cette fois, outre la présence de réaction d'appui et de câbles inclinés appliquant des composantes verticales des efforts, le voussoir sur culée comporte une forte entretoise d'appui épaississant localement les hourdis supérieur et inférieur et surtout les âmes elles-mêmes : on étudie ainsi la répartition des efforts et des armatures dans ces surépaisseurs. Comme ci-dessus, la largeur importante du caisson entraîne un effet sensible des charges verticales réparties (poids propre et équipements) lors de l'étude de la diffusion dans le plan horizontal.

D'autre part, cette structure en cadre est hyperstatique pour le calcul des efforts dus à la composante verticale des efforts généraux. Cela impose d'étudier la répartition des flux transversaux sous ces efforts, et donc d'utiliser un enchaînement de programmes de calcul sophistiqué de caractéristiques de section et de modélisation du cadre transversal qu'est le caisson. Un programme à barres est suffisant ; cette modélisation étant nécessaire par ailleurs pour l'étude de la flexion transversale, on peut alors la réutiliser pour la détermination des efforts de diffusion.

Caisson à quatre âmes

Le dernier exemple est une structure complexe de caisson à quatre âmes. La répartition des efforts et des armatures correspondantes est un problème plus rare que les exemples précédents, mais devrait permettre d'aborder en conséquence tout type de structure.

Sommaire

Préface.....	3
Sommaire	5
Cas d'un caisson à deux âmes et câbles droits	7
1 – Données générales	8
1.1 – <i>Caractéristiques de la section totale.....</i>	8
1.2 – <i>Caractéristiques béton et armatures passives</i>	8
1.3 – <i>Précontrainte</i>	9
1.4 – <i>Autres efforts.....</i>	9
2 – Diffusion dans le plan vertical	9
2.1 – <i>Prisme local.....</i>	9
2.2 – <i>Equilibre général de diffusion.....</i>	10
2.3 – <i>Répartition des armatures</i>	13
3 – Diffusion dans le plan horizontal.....	15
3.1 – <i>Prisme local et ferrailage de couture de première zone</i>	15
3.2 – <i>Equilibre général de diffusion.....</i>	15
3.3 – <i>Répartition des armatures.....</i>	18
Cas d'une poutre de VIPP	19
1 – Données générales	20
1.1 – <i>Caractéristiques de la section totale.....</i>	20
1.2 – <i>Caractéristiques béton et armatures passives</i>	21
1.3 – <i>Précontrainte</i>	21
2 – Diffusion dans le plan vertical	21
2.1 – <i>Introduction.....</i>	21
2.2 – <i>Prisme local.....</i>	22
2.3 – <i>Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion.....</i>	23
3 – Diffusion dans le plan horizontal.....	32
3.1 – <i>Prisme local et ferrailage de couture de première zone</i>	32
3.2 – <i>Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion.....</i>	32
Cas d'une dalle précontrainte	35
Dalle précontrainte	37
1 – Données générales	37
1.1 – <i>Caractéristiques de la section totale.....</i>	37
1.2 – <i>Caractéristiques béton et armatures passives</i>	37
1.3 – <i>Précontrainte</i>	37
A – Ancrages en une ligne	39
2 – Diffusion dans le plan vertical	39
2.1 – <i>Prisme local.....</i>	39
2.2 – <i>Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion.....</i>	40
3 – Diffusion dans le plan horizontal.....	45
3.1 – <i>Prisme local.....</i>	45
3.2 – <i>Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion.....</i>	45

B – Ancrages en deux lignes.....	51
2 – Diffusion dans le plan vertical	51
2.1 – <i>Prisme local</i>	51
2.2 – <i>Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion</i>	51
3 – Diffusion dans le plan horizontal.....	54
3.1 – <i>Prisme local</i>	54
3.2 – <i>Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion</i>	54
Dalle nervurée précontrainte à larges encorbellements.....	57
1 – Données générales	57
A – Ancrages en une ligne	58
2 – Diffusion dans le plan vertical	58
2.1 – <i>Equilibre général de diffusion</i>	58
B – Ancrages en deux lignes.....	60
2 - Diffusion dans le plan vertical.....	60
3 - Diffusion dans le plan horizontal.....	61
Cas d'un voussoir sur culée.....	63
1 – Données générales	64
1.1 – <i>Caractéristiques de la section totale</i>	64
1.2 – <i>Caractéristiques béton et armatures passives</i>	65
1.3 – <i>Précontrainte</i>	65
2 – Diffusion dans le plan vertical	65
2.1 – <i>Prisme local</i>	66
2.2 – <i>Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion</i>	67
3 – Diffusion dans le plan horizontal.....	73
3.1 – <i>Prisme local</i>	73
3.2 – <i>Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion</i>	73
Cas d'un caisson à quatre âmes – voussoir sur culée	83
1 – Données générales	84
1.1 – <i>Caractéristiques de la section totale</i>	85
1.2 – <i>Caractéristiques béton et armatures passives</i>	85
1.3 – <i>Précontrainte</i>	85
2 – Diffusion dans le plan vertical	85
2.1 – <i>Prisme local</i>	86
2.2 – <i>Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion</i>	87
3 – Diffusion dans le plan horizontal.....	95
3.1 – <i>Prisme local</i>	95
3.2 – <i>Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion</i>	95

Cas d'un caisson à deux âmes et câbles droits



Caisson à deux âmes et câbles droits

1 – Données générales

L'ouvrage considéré est un tablier en caisson à deux âmes de hauteur constante construit par encorbellements successifs (hauteur 3,65 m ; épaisseur droite des âmes 0,40 m ; largeur totale 14,00 m ; cf. Fig. 1).

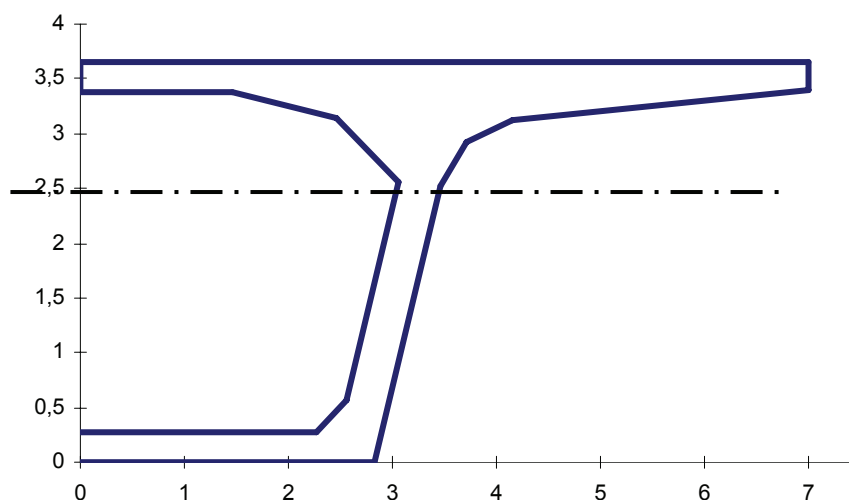


Fig. 1 - coupe transversale

1.1 – Caractéristiques de la section totale

Caractéristiques de la section totale (avec le symétrique) :

$$B = 10,201 \text{ m}^2$$

$$v = 1,167 \text{ m} \quad v' = 2,483 \text{ m}$$

$$I = 17,258 \text{ m}^4$$

$$\rho = 0,58$$

1.2 – Caractéristiques béton et armatures passives

Les résistances du béton sont présumées être :

- à 28 jours (caractéristique) $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$; $f_{ctm} = 3,5 \text{ MPa}$
- à j jours (environ 1 j 1/2) $f_{cm}(t_0) = 25 \text{ MPa}$; $f_{ctm}(t_0) = 1,98 \text{ MPa}$ (mise en tension)

D'où la valeur de $f_{ctk0,05}(t_0) = 1,39 \text{ MPa}$ et une contrainte limite de calcul $f_{csd} = 1,2 \times f_{ctk(0,05)}(t_0) = 1,2 \times 1,39 = 1,67 \text{ MPa}$.

Les aciers passifs sont des Fe 500, soit $f_e = 500 \text{ MPa}$. La contrainte limite de calcul est donc $f_{yd} = f_e / 1,15 = 435 \text{ MPa}$.

1.3 – Précontrainte

Chaque voussoir est précontraint par 2 câbles filants 19T15S de classe 1860 ancrés dans le gousset supérieur à 0,55 m de l'extrados.

Chaque câble donne :

$$P_0 = 4,16 \text{ MN} \quad (\text{au sens de la force « à l'origine »})$$

$$P_m = 3,32 \text{ MN} \quad (\text{au voisinage de } S_A, \text{ toutes pertes faites, à } t_\infty)$$

Dans la suite, nous prendrons la force de précontrainte de calcul, P_0 multipliée par le coefficient $\gamma_{p,unfav}$, soit $P_d = 4,99 \text{ MN}$

1.4 – Autres efforts

On étudie la diffusion pour un voussoir courant, à la mise en tension des câbles de fléau. Dans cette configuration, il n'y a pas d'effort extérieur et la diffusion se résume à la diffusion pure, le tracé des câbles de fléau étant pratiquement *droit*, et n'entraînant donc pas de variation d'effort entre la section d'ancrage S_A et la section de régularisation S_R .

Le poids propre est négligé dans la suite.

2 – Diffusion dans le plan vertical

2.1 – Prisme local

2.1.1 - Prisme local, dimensions

Le **rectangle d'impact** a pour dimensions :

$$c \times c' = 0,53 \times 0,53 \text{ m}$$

$$\text{on vérifie que } \frac{4,16}{0,53 \times 0,53} = 14,8 \text{ MPa} \approx 0,6 f_{ctk}(t_0) = 0,6 \times 25 \text{ MPa}$$

Il règne sur une profondeur de $1,2 c$ soit $1,2 \times 0,53 = 0,64 \text{ m}$.

2.1.2 - Armatures de couture de première zone

Le prisme local doit comporter le ferrailage prescrit par l'ATE du procédé de précontrainte.

Par ailleurs le prisme local doit être relié au reste de la structure par des armatures de coutures de première zone (il est possible de reprendre les armatures de l'agrément moyennant une adaptation de leur tracé).

Les armatures doivent reprendre $0,15 F_d$, si l'on ne tient pas compte l'effet de l'excentrement de la force de précontrainte :

$$0,15 F_d = 0,15 \times (1,2 \times 4,16) = 0,75 \text{ MN} \quad \text{soit une section d'acier de } A_e = \frac{0,15 F_d}{f_{yd}} = \frac{0,75}{435} = 17,21 \text{ cm}^2$$

2.1.3 - Effet de l'excentricité

Puisque l'ancrage se situe à proximité d'une paroi et décalé fortement par rapport à l'axe de la poutre, il est nécessaire de relier cet ancrage au reste de la structure pour éviter la rupture d'un coin de béton (*cf.* Fig. 2).

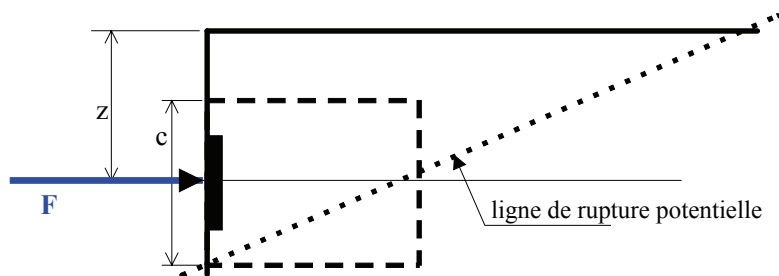


Fig. 2 - Schéma de rupture en coin

Dans cet ouvrage, le câble est ancré à 0,55 m de l'extrados et reste parallèle à cette ligne.

Pour tenir compte de l'excentrement de l'ancrage, on augmente le ferrailage de base (ferrailage d'éclatement) égal à $0,15 F$, par le coefficient pondérateur ξ suivant :

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{z \left(\frac{3}{h} + \frac{1}{c} \right)}} = \sqrt{\frac{2}{0,55 \left(\frac{3}{3,65} + \frac{1}{0,53} \right)}} = 1,16 \quad (\text{compte tenu du fait que l'ancrage est au voisinage du plan de l'âme, on considère que } h = H = \text{hauteur du caisson, soit } 3,65 \text{ m})$$

Les armatures de couture de première zone doivent donc avoir une section de :

$$A_e = 1,16 \times 17,21 = 19,96 \text{ cm}^2$$

Ces aciers doivent être continus sur la hauteur de l'ouvrage pour assurer une répartition correcte des efforts concentrés au voisinage de l'ancrage vers les zones moins sollicitées de la section. Ils pourront ainsi être comptabilisés dans les aciers de diffusion générale (voir ci-après).

2.2 – Equilibre général de diffusion

2.2.1 - Longueur de régularisation

La longueur de régularisation est égale à (d = distance entre bords des plaques d'ancrage) :

$$L_R = \max \left\{ \begin{array}{l} H - d = 3,65 - 0,53 = 3,12 \text{ m} \\ H/2 = 1,825 \text{ m} \end{array} \right\} = 3,12 \text{ m} \quad (\text{car un seul ancrage sur la hauteur du caisson}).$$

On considère la tranche comprise entre S_A et S_R comme un bloc indéformable d'axe Ot , de hauteur $H = 3,65$ m. Il est en équilibre sous l'effet :

- des forces concentrées appliquées à S_A : F_{Aj}
- des contraintes $-\sigma_{Rj}, -\tau_{Rj}$ (σ et τ étant calculées selon les formules habituelles de la RdM), constituant un système de forces équivalent à l'ensemble des F_{Rj} (forces des câbles de précontrainte en S_R). L'équilibre de l'élément ABCD donne alors les efforts internes classiques sur la coupure AB (cf. Fig. 3) :

$$\text{- effort de cisaillement} \quad V^* = -(Fn + X) \quad \text{avec} \quad X = \int_{-t_c}^0 -\sigma_R(F_j) \cdot e(t) \cdot dt$$

$$\text{- effort normal associé} \quad N^* = -(Ft + Z) \quad \text{avec} \quad Z = \int_{-t_c}^0 -\tau_R(F_j) \cdot e(t) \cdot dt$$

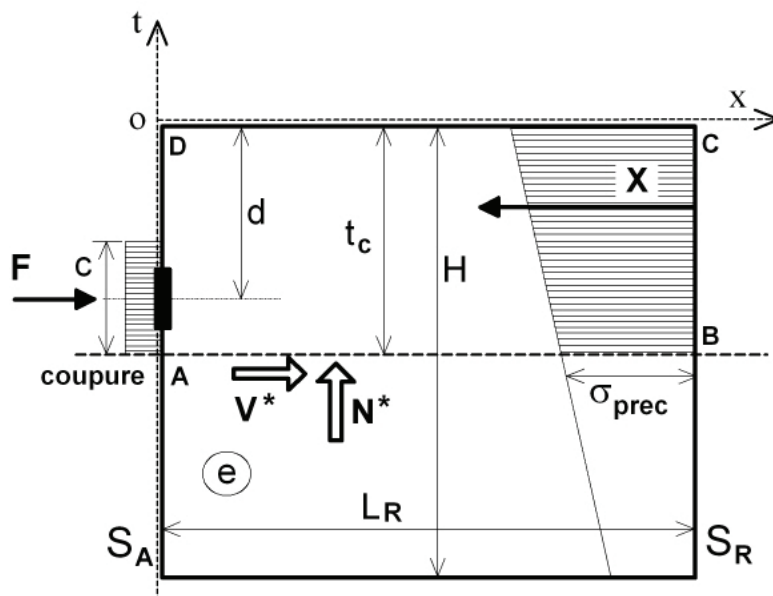


Fig. 3 - Efforts et coupures

2.2.2 - Détermination des contraintes normales isostatiques selon la RDM dues à l'effort appliqué dans S_R

Comme il n'y a pas de déviation du tracé du câble, les forces en S_A et en S_R sont identiques. La tension dans chaque câble est prise égale à $F_d = 4,99$ MN. L'ouvrage étant parfaitement symétrique, on effectue le calcul sur une demi-section.

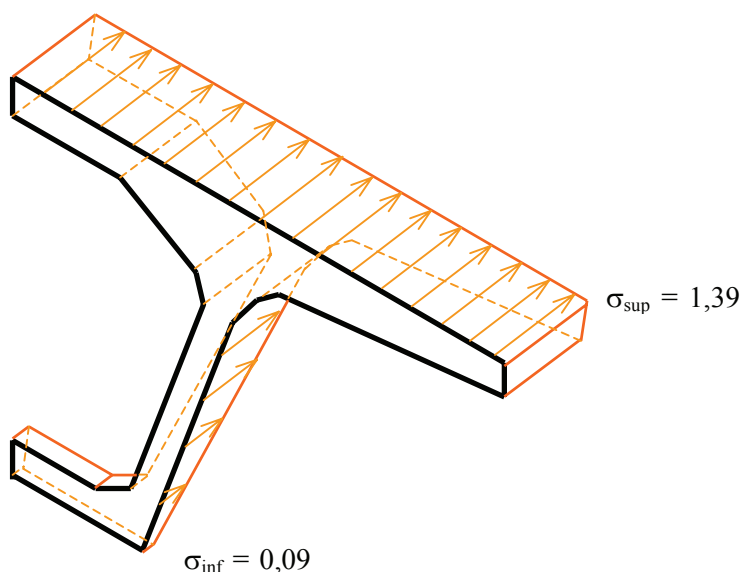


Fig. 4 - Répartition des contraintes normales

L'excentricité du câble est de : $1,167 - 0,55 = 0,617$ m. Le diagramme de contraintes normales est donc :

$$\sigma(y) = \frac{F_j \cos \alpha_j}{B} + \frac{F_j \cos \alpha_j e_j y}{I} = \frac{2 \times 4,99}{10,201} + \frac{2 \times 4,99 \times 0,617}{17,258} y \rightarrow \begin{cases} \sigma_{\text{sup}} = 1,39 \text{ MPa} \\ \sigma_{\text{inf}} = 0,09 \text{ MPa} \end{cases}$$

2.2.3 - Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement

On effectue les coupures horizontales aux bords des rectangles d'impact et aux points remarquables que constituent les changements d'épaisseur. En revanche, on ne considère pas de coupure à l'intérieur de la zone du rectangle d'impact. Les niveaux de coupures sont donc :

n°	t _c (m)	Désignation	Demi-largeur coupée (m)
1	0	extrados du tablier	7,00
2	-0,25	bord du hourdis sup	7,00
3	-0,28	intrados du hourdis sup central	discontinuité 6,70 / 5,24
4	-0,285	limite du rectangle d'impact = 0,55 – 0,265	5,168
5	-0,50	haut du gousset intérieur sup (pas significatif car dans le rectangle d'impact)	2,04
6	-0,534	haut du gousset extérieur (id)	1,667
7	-0,724	bas du gousset extérieur (id)	1,032
8	-0,815	limite du rectangle d'impact = 0,55 + 0,265	0,885
9	-1,10	bas du gousset intérieur sup	0,426
10	-1,167	bas du gousset extérieur sup	0,412
11	-3,08	haut du gousset bas	0,412
12	-3,38	extrados du hourdis inférieur	discontinuité 0,638 / 2,903
13	-3,65	intrados du tablier	2,835

Le diagramme présente des discontinuités au droit des ancrages, par conséquent les bords des blocs d'impact sont des extremums de l'effort de cisaillement sur les coupures.

Pour la compréhension de la méthode de calcul de la diffusion, toutes les coupures sont ici étudiées et les valeurs reportées, même si l'on pourrait ne s'intéresser qu'à l'extremum. En particulier, il n'y a pas lieu d'examiner la coupure supérieure le long du rectangle d'impact se situant dans le hourdis supérieur, pour les raisons indiquées dans le texte du document.

2.2.4 - Justifications des contraintes

Sur chaque plan de coupure, on calcule la contrainte moyenne de cisaillement de diffusion pure :

$$\tau^* = \frac{V^*}{e \times L_R}$$

Dans le cas de cet ouvrage, il s'agit d'un voussoir situé en extrémité d'encorbellement et les câbles sont supposés *horizontaux*. En conséquence, il n'y a **pas de composante verticale** de l'effort d'ancrage. Par ailleurs, on néglige l'action du poids du voussoir. On n'a donc aucun autre cisaillement que celui calculé ci avant, et pas d'effort normal sur les coupures. On peut donc considérer directement la valeur absolue de ce cisaillement pour le reste des calculs.

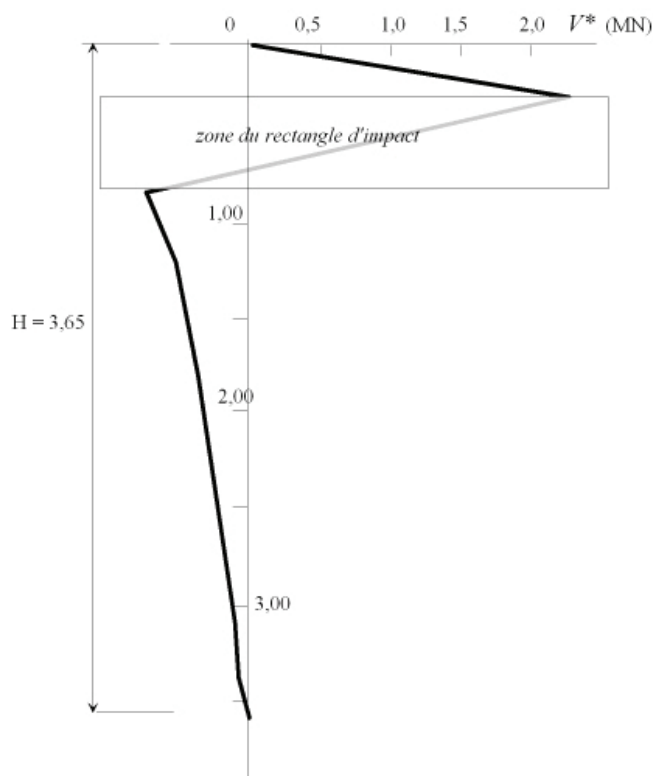


Fig. 5 - diagramme de l'effort Vx

Les coupures remarquables se situent :

- au bord supérieur du bloc, où $V^* = 2,66$ MN avec $e = 5,168$ m et $L_R = 3,12$ m d'où
 $\tau^* = \frac{2,66}{5,168 \times 3,12} = 0,17$ MPa valeur évidemment faible puisqu'on se trouve dans le hourdis supérieur.

- à l'épaisseur minimum, soit au niveau $t_c = -1,167$ m alors $V^* = -0,65$ MN avec $e = 0,412$ m, donc $\tau^* = \frac{0,65}{0,412 \times 3,12} = 0,50$ MPa On vérifie que $\tau^* = 0,50$ MPa < $f_{csd} = 1,67$ MPa

Les contraintes sur les différentes coupures sont récapitulées ci-dessous.

t_c (m)	l coup (m)	τ^* (MPa)
0,00	7,000	0
-0,25	7,000	0,11
-0,28	5,241	0,16
-0,285	5,168	0,17
-0,815	0,885	0,32
-1,167	0,412	0,50
-1,75	0,412	0,34
-3,08	0,412	0,11
-3,38	0,638	0,05
-3,65	2,835	0

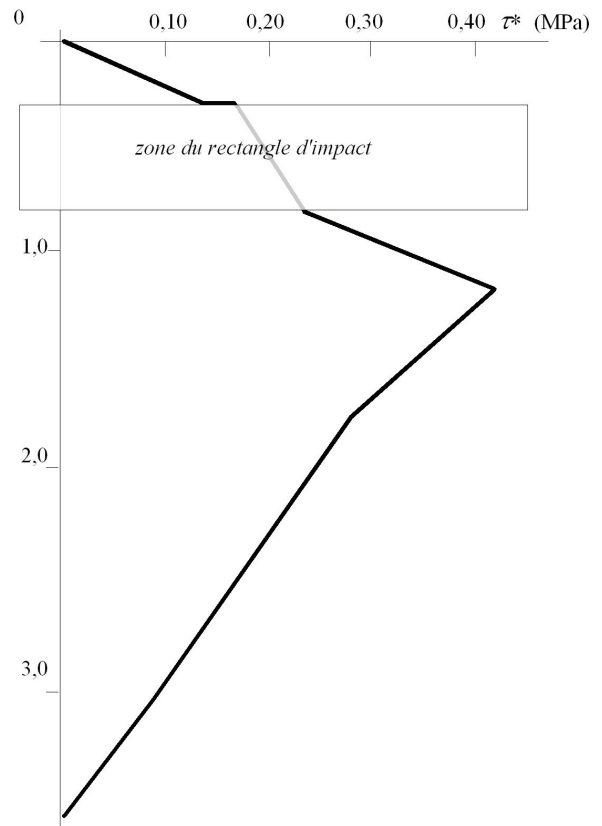


Fig. 6 - diagramme de la contrainte $|\tau^*$

Armatures d'équilibre général

On calcule les armatures d'équilibre général (au niveau de V^* maxi, soit $t_c = -0,29$ m, puis au niveau de τ^* maxi) :

- niveau $t = -0,285$ m

$$A_{sc,red} = \frac{|V^*| - N^*}{f_{yd}} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{|\tau^*| - \sigma^*}{f_{tj}}} \right) = \frac{2,66 - 0}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{0,17}{1,67}} \right) = 61,2 \times 0,45 = 27,69 \text{ cm}^2$$

- niveau $t = -1,167$ m $A_{sc,red} = \frac{0,65}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{0,50}{1,67}} \right) = 14,9 \times 0,64 = 9,53 \text{ cm}^2$

La section à disposer est donc : $A_{sc} = 27,69 \text{ cm}^2$

2.3 – Répartition des armatures

On doit disposer les armatures de première zone, soit $A_e = 21,6 \text{ cm}^2$ sur une longueur de $1,2 c = 0,64$ m.

La longueur de la première partie $L_R/3$ est égale à 1,04 m.

Puisque $A_e = 21,6 \text{ cm}^2 > 2/3 A_c = 18,0 \text{ cm}^2$, il n'y a pas de complément d'armatures à mettre en place dans cette zone. Il faut, par ailleurs, disposer au moins $A_{sc} = 27,69 \text{ cm}^2$ dans $2 L_R/3$, soit sur une longueur de $2/3 \times 3,13 - 0,64 = 2,08 - 0,64 = 1,44 \text{ m}$ au-delà du bloc d'impact.

On doit donc mettre en complément $A_{sc} - A_e = 27,69 - 21,6 = 6,09 \text{ cm}^2$, c'est-à-dire $4,2 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Cela signifie qu'il faut disposer :

d'abord les armatures du bloc d'impact $A_e = 21,6 \text{ cm}^2$ sur $0,64 \text{ m}$;

puis, sur jusqu'au deuxième tiers de la longueur de régularisation, on disposera $6,09 \text{ cm}^2$ sur $1,44 \text{ m}$, soit une densité de $4,2 \text{ cm}^2/\text{m}$;

Récapitulation :	première zone	$A_e = 21,6 \text{ cm}^2$ sur $0,64 \text{ m}$
	diffusion	$A_{sc} = 6,09 \text{ cm}^2$ sur $1,44 \text{ m}$

Ces armatures sont placées dans l'âme et règnent sur toute la hauteur du caisson.

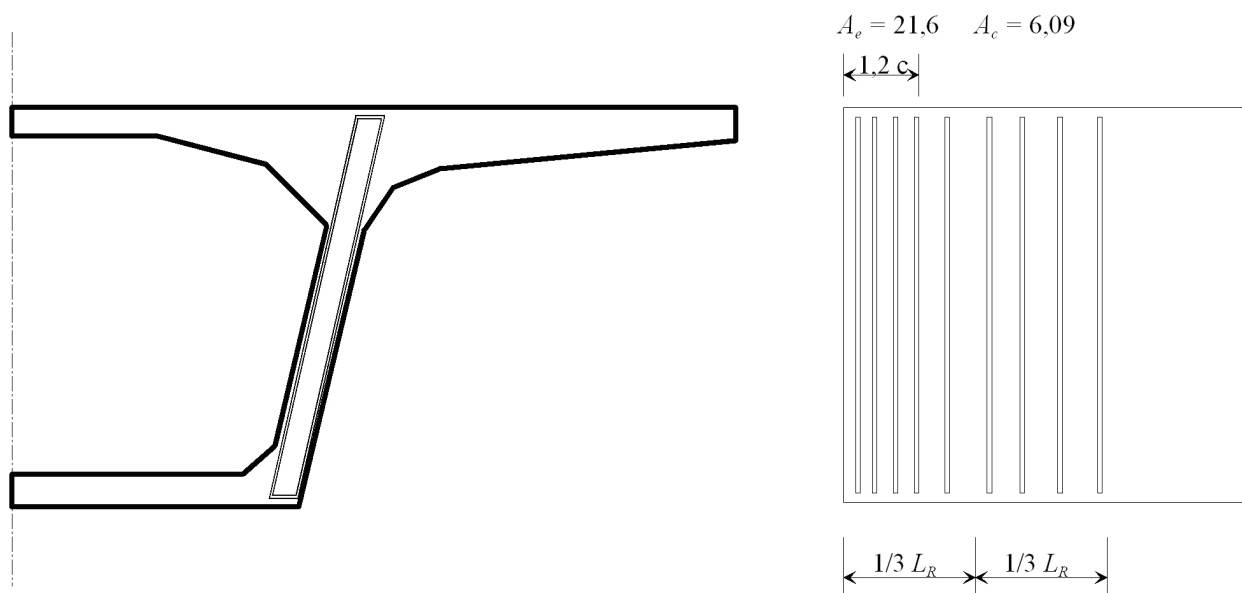


Fig. 7 - Répartition du ferrailage – plan vertical

Disposition :

Comme il y a un seul ancrage, on va disposer un cadre général comme armature, ce qui représente deux sections d'acier par plan d'armature ; en utilisant du HA 16, cela conduit à $4,02 \text{ cm}^2$ par plan. Pour les armatures de première zone, on doit donc disposer 5 cadres HA 16 sur $0,64 \text{ m}$, soit un espacement d'environ 15 cm .

Ensuite, la densité est beaucoup plus faible et il est possible de passer les cadres en HA 12. Mais, comme déjà indiqué plus avant, c'est soit la phase définitive pour l'effort tranchant, soit la flexion transversale qui déterminera la section réelle d'armatures, la diffusion elle-même conduisant à des valeurs très faibles (sur cette longueur de $1,44 \text{ m}$).

3 – Diffusion dans le plan horizontal

3.1 – Prisme local et ferrailage de couture de première zone

Dans ce cas précis, les dimensions du rectangle d'impact étant les mêmes dans les deux directions, les résultats sont les mêmes que dans le plan vertical, à savoir : $A_e = 17,21 \text{ cm}^2$ réparti sur 0,64 m.

Effet de l'excentricité

L'ancrage est situé au droit de l'âme, donc loin du bord extérieur de l'ouvrage dans le plan horizontal. Les armatures situées à proximité de l'ancrage ne sont donc pas à renforcer (on est au cas où $\xi = 1$).

3.2 – Equilibre général de diffusion

3.2.1 – Longueur de régularisation

Pour la diffusion horizontale, la longueur de régularisation vaut :

$$L'_R = \max \left\{ \begin{array}{l} H' - d' = 14 - 6 = 8 \text{ m} \\ H'/2 = 7 \text{ m} \end{array} \right\} = 7 \text{ m}$$

3.2.2 – Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement

Le paragraphe 2.2.2 a établi le diagramme de contrainte dans le plan vertical avec $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\text{sup}} = 1,39 \text{ MPa} \\ \sigma_{\text{inf}} = 0,09 \text{ MPa} \end{array} \right.$

Les contraintes sont uniformes dans le plan horizontal du fait de la parfaite symétrie de la structure et des efforts appliqués. Pour cette même raison de symétrie, on n'étudie qu'une demi-section. Les coupures, cette fois verticales, se situent toujours aux bords des rectangles d'impact et aux points remarquables que constituent les changements d'épaisseur.

Le câble étant placé à 3,00 m de l'axe du caisson, les bords du rectangle d'impact se situent à :

- 3,735 m du bord extérieur, c'est-à-dire en plein dans l'épaisseur de l'âme, ce qui ne présente aucune signification réelle ;
- 2,735 m de l'axe du caisson, côté intérieur.

Les niveaux de coupures sont donc (Ot étant situé soit au bord extérieur du caisson pour l'encorbellement, soit à l'axe du dit caisson pour les coupures situées du côté intérieur) :

n°	y (m)	Désignation	l coupée
I	7,00	bord du tablier	0,25
	4,16	naissance du gousset extérieur	0,534
II	3,715	enracinement du gousset extérieur	0,724
III	1,459	extrémité du hourdis supérieur central	0,28
IV	2,459	naissance du gousset supérieur (côté intérieur)	0,50
V	3,059	enracinement du gousset supérieur (côté intérieur)	1,10
VI	2,264	naissance du gousset inférieur (id)	0,27

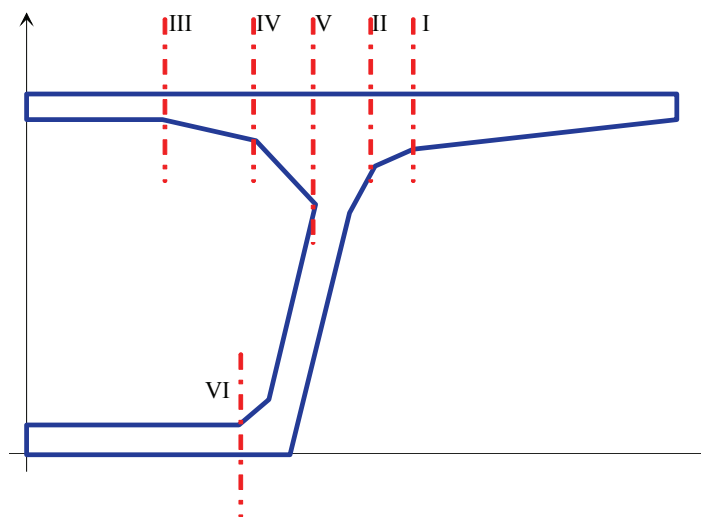


Fig. 8 - coupures verticales

L'intégration des contraintes pour obtenir les efforts sur les coupures utilise le fait que l'effort est égal à 0 au bord du hourdis et sur l'axe du caisson. Bien qu'une même coupure verticale puisse concerner les deux hourdis simultanément, on considère que l'effort dans la coupure de chaque élément est obtenu de manière "isostatique" par l'intégration directe à partir du point où cet effort est nul (bord ou axe du caisson).

On calcule donc l'effort sur chaque coupure en partant soit du bord extérieur (coupures I et II), soit de l'axe (coupures III, IV et V pour le hourdis supérieur, et VI pour le hourdis inférieur). Dans le cas particulier du caisson ci-dessus, on ne franchit pas d'ancrage, ce qui entraîne que $X(t) = V_x(t)$

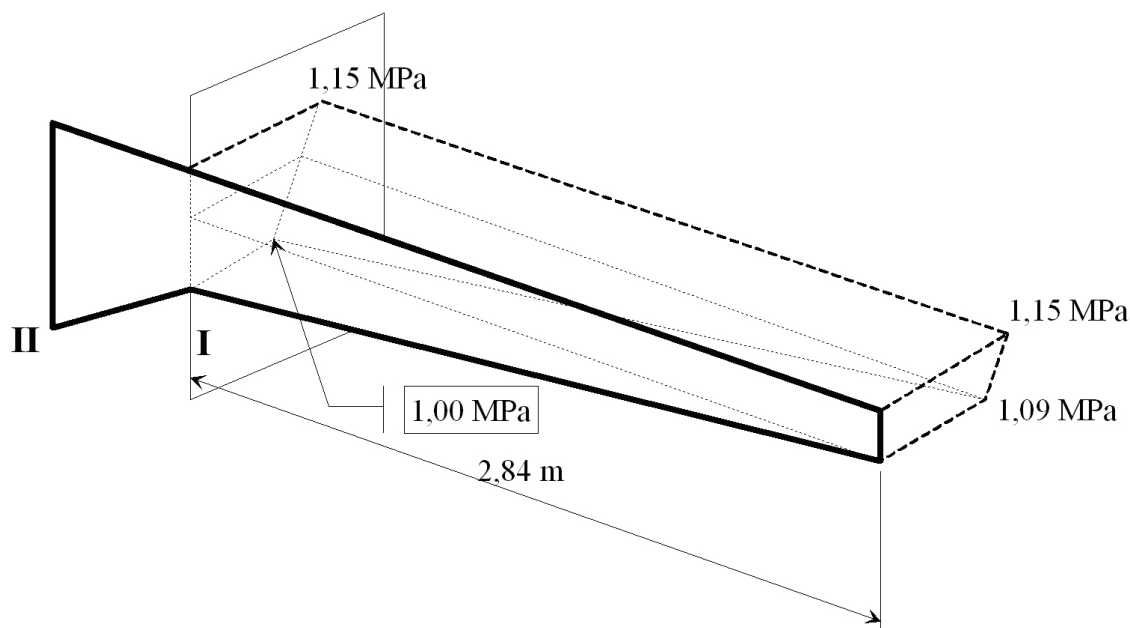


Fig. 9 - diagramme de contraintes normales sur l'encorbellement

coupure I : intégrale des contraintes normales

$$2,84 \times 0,25 \times \left(\frac{1,39 + 1,31}{2} \right) + \frac{2,84 \times 0,284}{2} \times 1,20 + \frac{2,84 \times 0,284}{6} \times 0,11 = 1,47$$

coupure	t_{int} ou t_{ext} (m)	l_{coup} (m)	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)	V^* (MN)
	7,00	0,25	1,39	1,31	0
I	4,16	0,534	1,39	1,20	+1,47
II	3,715	0,724	1,39	1,14	+1,83
III	1,459	0,28	1,39	1,30	+0,55
IV	2,459	0,50	1,39	1,22	+1,07
V	3,059	1,10	1,39	1,00	+1,66
VI	2,264	0,27	0,19	0,09	+0,09

3.2.3 – Justifications des contraintes

Comme il a été indiqué précédemment, il n'y a pas de composante verticale de l'effort d'ancrage, d'où aucun cisaillement complémentaire.

Les contraintes sur les différentes coupures sont récapitulées ci-dessous.

coupure	l_{coup} (m)	V^* (MN)	τ^* (MPa)
	0,25	0	0
I	0,534	+1,47	0,39
II	0,724	+1,83	0,36
III	0,28	+0,55	0,28
IV	0,50	+1,07	0,30
V	1,10	+1,66	0,22
VI	0,27	+0,07	0,05

3.2.4 – Armatures d'équilibre général

On calcule les armatures comme précédemment.

- hourdis supérieur (maximum obtenu en coupure II, côté encorbellement)

$$A_{sc\ red} = \frac{|V^*| - N^*}{f_{yd}} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{|\tau| - \sigma}{f_{csd}}} \right) = \frac{1,83 - 0}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{0,36}{1,67}} \right) = 42,1 \times 0,57 = 24,10 \text{ cm}^2$$

Cette section est à répartir sur les 2/3 de la longueur de régularisation, soit 4,667 m.

- hourdis inférieur

$$A_{sc\ red} = \frac{0,09}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{0,05}{1,67}} \right) = 2,0 \times 0,33 = 0,66 \text{ cm}^2$$

3.3 – Répartition des armatures

Comme pour la diffusion dans le plan vertical, on retrouve les différentes zones de ferrailage :

On doit disposer (§ 3.1) les armatures de première zone $A_e = 17,21 \text{ cm}^2$ sur une longueur de $1,2 c = 0,64 \text{ m}$.

Pour les armatures de couture, puisque $A_e = 17,21 > 2/3 A_c = 16,07 \text{ cm}^2$, il n'est pas nécessaire de mettre des armatures complémentaires dans cette première partie.

On placera le complément $A_{sc} - A_e = 24,1 - 17,21 = 6,89 \text{ cm}^2$ sur une longueur de $2 L_R/3 - 1,2 c = 4,03 \text{ m}$, soit $1,7 \text{ cm}^2/\text{m}$ (valeur très faible).

Il est évident que la diffusion n'est pas le facteur dimensionnant pour les armatures transversales. Celles-ci seront déterminées essentiellement par la flexion transversale.

Cela signifie qu'il faut disposer d'abord les armatures de 1ère zone $A_e = 17,21 \text{ cm}^2$ sur $0,64 \text{ m}$;

puis, sur les deux tiers de la longueur de régularisation, on disposera $6,9 \text{ cm}^2$ sur $4,03 \text{ m}$, (densité de $1,3 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Récapitulation :	première zone	$A_e = 17,21 \text{ cm}^2$ sur $0,64 \text{ m}$
	diffusion	$A_c = 6,89 \text{ cm}^2$ sur $4,03 \text{ m}$

Ces valeurs ne concernent que le hourdis supérieur.

Pour le hourdis inférieur, la section A_e étant nettement inférieure à celle de première zone, celle-ci est la seule à mettre en place :

Récapitulation :	première zone	$A_e = 17,21 \text{ cm}^2$ sur $0,64 \text{ m}$
------------------	---------------	---

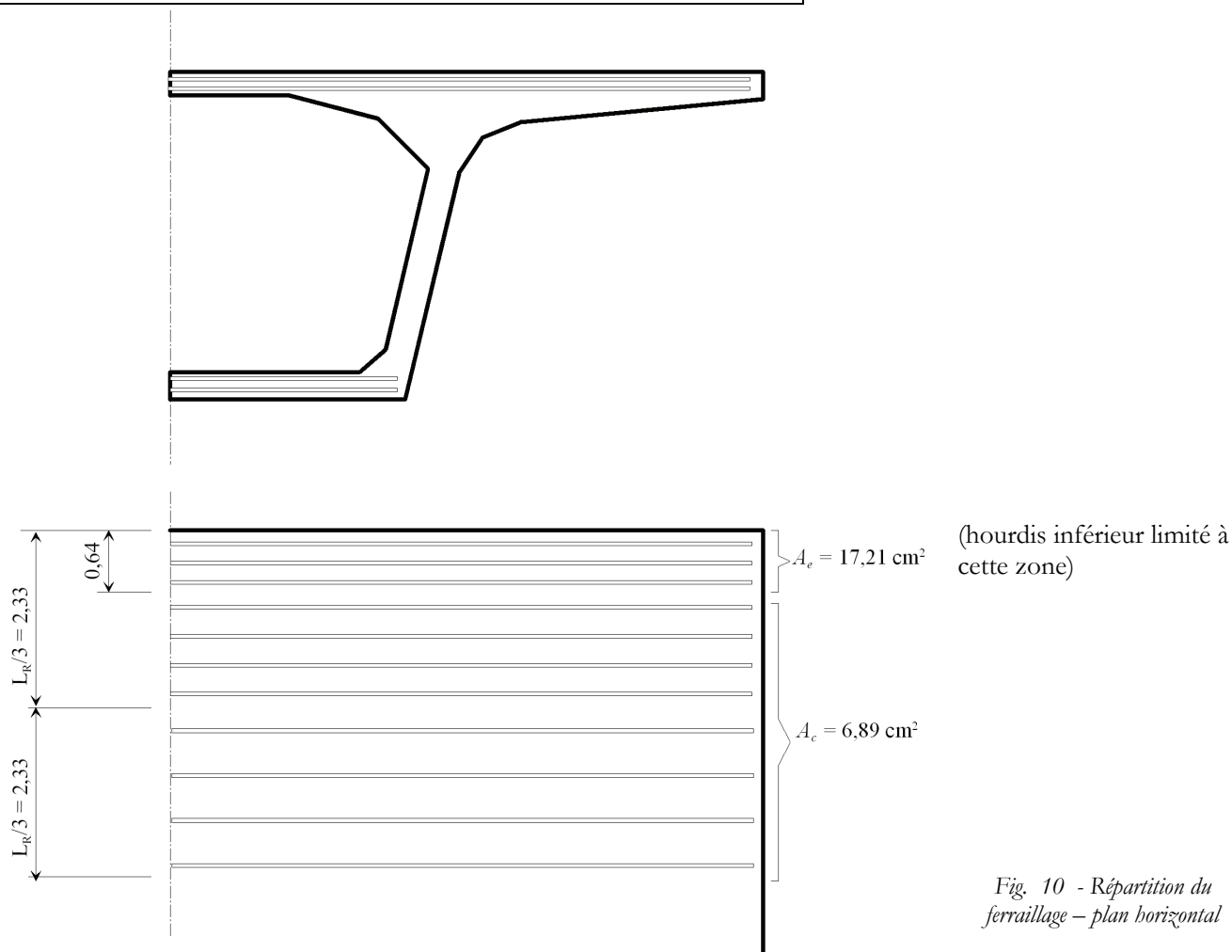


Fig. 10 - Répartition du ferrailage – plan horizontal

Cas d'une poutre de VIPP



VIPP

1 – Données générales

L'ouvrage considéré est un VIPP classique de 34 mètres de portée et de 8,80 m de largeur (cf. Fig. 11).

Chaque poutre est précontrainte par 6 câbles 7T15 dont 4 sont ancrés en extrémité et 2 dans le hourdis supérieur en position intermédiaire.

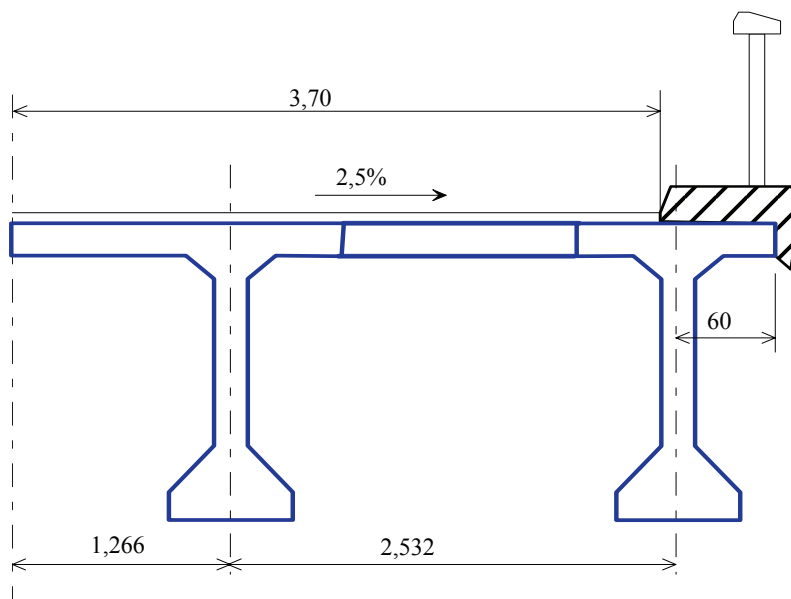


Fig. 11 - Demi-coupe transversale générale

Pour la présentation des calculs et leur simplification, on isole une poutre complète, bien que cela ne soit pas représentatif de la réalité puisqu'on devrait prendre en compte le fonctionnement d'ensemble du VIPP :

- répartition non uniforme des charges sur les différentes poutres ;
- affectation du hourdis égale à l'espacement moyen ;
- enfin, prise en compte de la réaction d'appui maximum (charges permanentes et variables).

1.1 – Caractéristiques de la section totale

La poutre précontrainte a une hauteur de 2,00 m ; sa largeur est de 2,532 m (cf. Fig. 12 ci-contre).

Caractéristiques de la section courante de la poutre :

$$B = 1,068 \text{ m}^2$$

$$v = 0,659 \text{ m} \quad v' = 1,341 \text{ m}$$

$$I = 0,521 \text{ m}^4$$

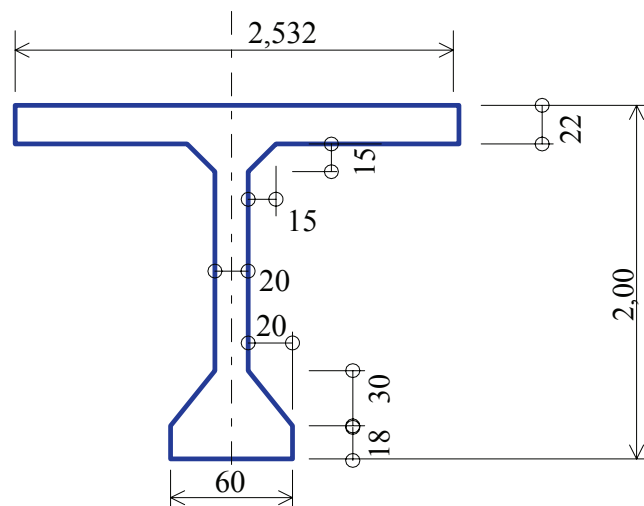


Fig. 12 - Géométrie d'une poutre « isolée »

1.2 – Caractéristiques béton et armatures passives

Les **résistances du béton** sont présumées être :

- à 28 jours (caractéristique) : $f_{ck} = 40$ MPa ; $f_{ctm} = 3,21$ MPa
- à 7 jours : $f_{cm}(t_0) = 39,3$ MPa et $f_{ck}(t_0) = 31,3$ MPa ; $f_{ctm}(t_0) = 2,98$ MPa

Les calculs sont réalisés en considérant que la mise en œuvre de l'ensemble des câbles s'effectue à 7 jours.

D'où la valeur de $f_{ctk(0,05)}(t_0) = 2,09$ MPa et une contrainte limite de calcul $f_{csd} = 1,2 \times f_{ctk(0,05)}(t_0) = 1,2 \times 2,09 = 2,50$ MPa.

Les aciers passifs sont des Fe 500, soit $f_e = 500$ MPa. La contrainte limite de calcul est donc $f_{yd} = f_e / 1,15 = 435$ MPa.

1.3 – Précontrainte

La précontrainte est de 4 câbles 7T15S de classe 1860 ancrés en extrémité de tablier.

Les plaques d'ancrage mesurent $0,18 \times 0,18$ m.

Chaque câble donne :

$P_m = 1,456$ MN (au voisinage de S_A , toutes pertes faites, à t_∞)

2 – Diffusion dans le plan vertical

2.1 – Introduction

Dans cet ouvrage, contrairement au cas du caisson avec câbles horizontaux, il existe une réaction d'appui ainsi qu'une composante verticale de l'effort d'ancrage, appliquées au tronçon considéré. En premier lieu on calcule, comme dans le cas du caisson, les efforts et contraintes de diffusion dus aux contraintes normales longitudinales. Il en résulte un cisaillement le long de la coupure, auquel on va rajouter l'effet des deux actions ci-dessus. Ces composantes verticales situées dans la section d'ancrage S_A : $V = R + Ft_A$ sont équilibrées par un cisaillement (de sens opposé) dans la section de régularisation S_R . L'action de ce cisaillement vertical entraîne un cisaillement de diffusion et un effort normal dans le plan de coupure (compression dans le cas de la réaction d'appui).

On tient compte d'autre part des charges appliquées entre la section d'ancrage S_A et celle de régularisation S_R : charges permanentes de la poutre (poids propre g et équipements g^1).

C'est le principe de la "*diffusion globale*".

Pour simplifier un peu les calculs cependant, on négligera les effets d'une variation d'inclinaison du tracé des câbles entre les deux sections S_A et S_R : elle donc est supposée constante et l'effort tranchant dû aux câbles est constant $Ft_A = Ft_R$. Du fait de l'absence de courbure, il n'y a pas d'effort correspondant réparti $\frac{F}{r}$ et on néglige également les pertes le long des câbles $\frac{dF}{ds}$.

Les ancrages sont situés, bien évidemment, dans l'axe de la poutre. Leur répartition verticale est présentée dans le schéma ci-après :

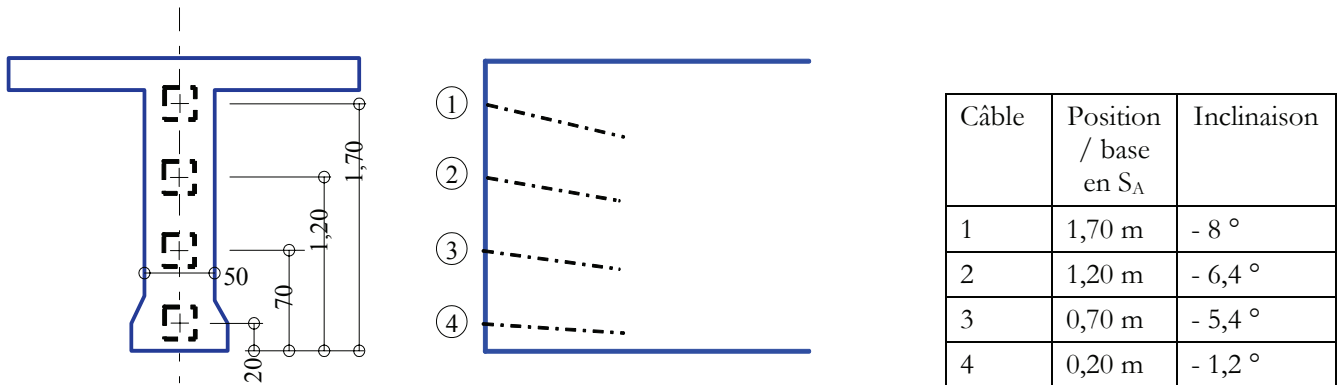


Fig. 13 - Répartition des câbles

Les blocs d'impact font 0,28 m de côté – dimensionnés en 2.2.

La longueur de régularisation est égale à (d = distance entre bords des blocs d'impact) :

$$L_{RV} = \max \left\{ \begin{array}{l} H-d = 2,00 - 1,76 = 0,24 \text{ m} \\ H/2 = 1,00 \text{ m} \end{array} \right\} = 1,00 \text{ m}$$

2.2 – Prisme local

2.2.1 - Prisme local, dimensions

Le rectangle d'impact a pour dimensions :

$$c \times c' = 0,28 \times 0,28 \text{ m}$$

$$\text{on vérifie que } \frac{1,456}{0,28 \times 0,28} = 18,6 \text{ MPa} \approx 0,6 f_{cm} = 0,6 \times 35 \text{ MPa}$$

Il règne sur une longueur de $1,2 c$ soit $1,2 \times 0,28 = 0,34 \text{ m}$.

2.2.2 - Armatures de couture de première zone

Sur cette longueur, il faut disposer des armatures reprenant $0,15 F_d$, soit :

$$0,15 F_d = 0,15 \times (1,2 \times 1,456) = 0,26 \text{ MN} \quad \text{d'où une section d'acier de}$$

$$A_e = \frac{0,15 F_d}{f_{yd}} = \frac{0,26}{435} = 6,03 \text{ cm}^2$$

Ces aciers doivent être continus sur la hauteur de l'ouvrage et seront comptabilisés dans les aciers de diffusion générale (voir ci-après).

2.2.3 - Effet de l'excentricité

Par ailleurs, il convient de prendre en compte l'excentricité de la position des câbles par rapport au milieu de la poutre considérée.

- les **câbles supérieurs** sont ancrés à 0,30 m de l'extrados. Leur inclinaison est d'environ 8° vers le bas.

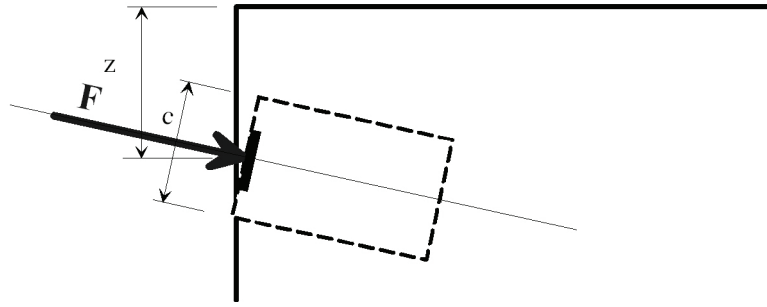


Fig. 14 - Effet de l'excentricité et de l'inclinaison des câbles

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{z \left(\frac{3}{H} + \frac{1}{c} \right)}} = \sqrt{\frac{2}{0,30 \left(\frac{3}{2,00} + \frac{1}{0,28} \right)}} = 1,147 \quad \text{L'effort est égal à } 0,172 F = 0,30 \text{ MN.}$$

- **câbles inférieurs** : ils sont situés à 0,20 m de l'intrados. Et ces câbles sont dirigés vers le bas selon un angle de 1,16 °, donc vers la paroi. Le coefficient ξ vaut alors

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{0,20 \left(\frac{3}{2,00} + \frac{1}{0,28} \right)}} = 1,404$$

L'inclinaison en direction de la paroi rajoute : $(\xi-1)\sin \alpha = (1,404 - 1) \times \sin 1,16 = 0,40 \times 0,02 = 0,008$. D'où une valeur de l'effort à reprendre égale à : $(0,15 \times 1,404 + 0,008) F_d = 0,219 F_d = 0,38 \text{ MN}$, soit $A_e = 8,78 \text{ cm}^2$

En conclusion, la section à mettre dans le bloc d'impact vaut 8,78 cm² par ancrage.

2.3 – Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion

On considère la tranche comprise entre S_A et S_R comme un bloc indéformable d'axe Ot et de hauteur $H = 2,00 \text{ m}$.

2.3.1 – Détermination des contraintes normales isostatiques selon la RdM dues à l'effort concentré appliqué dans S_A

La tension dans chaque câble est prise égale à 1,456 MN. L'ouvrage étant parfaitement symétrique, on effectue le calcul sur une demi-section courante. La somme des efforts de calcul sur une demi-section est de 3,49 MN.

L'excentricité résultante des câbles est de $-0,39 \text{ m}$. Le diagramme de contraintes normales est donc :

$$\sigma_{\text{sup}} = 3,05 \text{ MPa} \quad \text{et} \quad \sigma_{\text{inf}} = 13,55 \text{ MPa} \quad \text{avec} \quad \sigma_{\text{moy}} = 6,51 \text{ MPa} \quad (\text{section } S_A)$$

2.3.2 – Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement sous diffusion

On effectue les coupures horizontales aux bords des rectangles d'impact et aux points remarquables que constituent les changements de forme. En revanche, on ne considère pas les résultats sur les coupures passant à l'intérieur d'un rectangle d'impact ou dans un hourdis. Les niveaux de coupures sont donc :

n°	t_c (m)	Désignation	Demi-largeur coupée (m)
1	0	extrados du tablier	1,266
2	-0,17	bord supérieur du rectangle d'impact 1 (pas significatif car dans le hourdis)	1,266
3	-0,22	bord inférieur de l'encorbellement (pas significatif car dans le rectangle d'impact)	1,266 / 0,25 discontinuité
4	-0,37	bas du gousset supérieur (pas significatif)	0,10
5	-0,43	bord inférieur du rectangle d'impact 1	0,10
6	-0,67	bord sup ancrage 2	0,10
7	-0,93	bord inf ancrage 2	0,10
8	-1,17	bord sup ancrage 3	0,10
9	-1,43	bord inf ancrage 3	0,10
10	-1,52	haut du gousset inférieur	0,10
11	-1,67	bord inf ancrage 4	0,20
12	-1,82	bas du gousset inférieur	0,30
13	-1,93	bord inf ancrage 4	0,30
14	-2,00	Intrados de la poutre	0,30

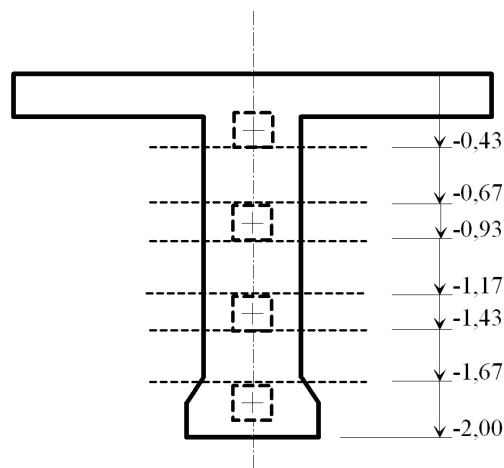


Fig. 15 - Répartition des coupures

On calcule l'effort de cisaillement associé V_n^* et le cisaillement correspondant τ_n^* résultant de l'intégration des contraintes normales de flexion générale $-\sigma$ équilibrant les efforts ancrés dans la section S_A .

On obtient les valeurs suivantes :

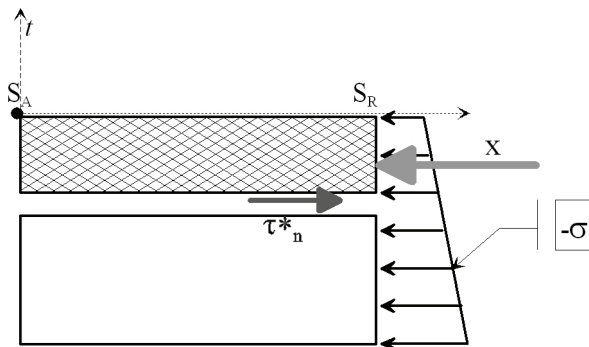


Fig. 16 - Cisaillement dû aux contraintes normales

t_c (m)	$e(t)$ (m)	σ (MPa)	X (MN)	V_n^* (MN)
0	1,266	3,05	0	0
-0,17	1,266	3,95	-0,75	0,63
-0,22	1,266 / 0,25	4,21	-1,01	0,70
-0,37	0,10	5,00	-1,13	0,39
-0,43	0,10	5,31	-1,16	0,25
-0,67	0,10	6,57	-1,30	0,37
-0,93	0,10	7,94	-1,49	-0,20
-1,17	0,10	9,20	-1,70	-0,03
-1,43	0,10	10,56	-1,96	-0,54
-1,52	0,10	11,03	-2,05	-0,46
-1,67	0,20	11,82	-2,31	-0,24
-1,82	0,30	12,61	-2,77	-0,28
-1,93	0,30	13,19	-3,20	-0,23
-2,00	0,30	13,55	-3,48	0

2.3.3 – Détermination des contraintes et des efforts dus à l'effort tranchant vertical (réaction d'appui, composante verticale des câbles et charges intermédiaires)

L'action des composantes verticales peut être illustrée à partir de la réaction d'appui : celle-ci est équilibrée sur l'ensemble du tronçon compris entre S_A et S_R par un cisaillement vertical réparti, de sens opposé $-\tau_v$ dans la section S_R . Ce cisaillement s'écrit classiquement

$$\tau_v(t) = \frac{V \times \mu(t)}{I \times e(t)} \text{ avec}$$

$\mu(t)$ moment statique de l'aire située au-dessus de la coupure t par rapport à G_x

I inertie de la section complète autour de son cdg horizontal

$e(t)$ largeur de la coupure au niveau t

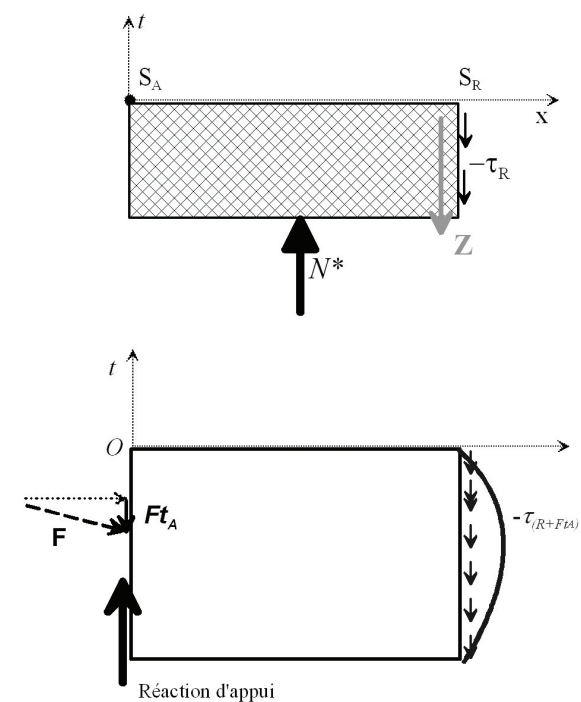


Fig. 17 - Cisaillement dû aux contraintes tangentielles

La résultante de ce cisaillement sur la face S_R du bloc étudié vaut $Z = \int_{-t_c}^0 -\tau_v(t) \times e(t) \times dt$

Elle est équilibrée par un effort normal sur la coupure $N^* = Z$

La valeur de Z peut être obtenue selon la formule $Z = J(t) - \mu(t) \times d(t)$ avec

$J(t)$ inertie de l'aire située au-dessus de la coupure t_c par rapport au cdg.

$d(t)$ distance de la coupure au cdg.

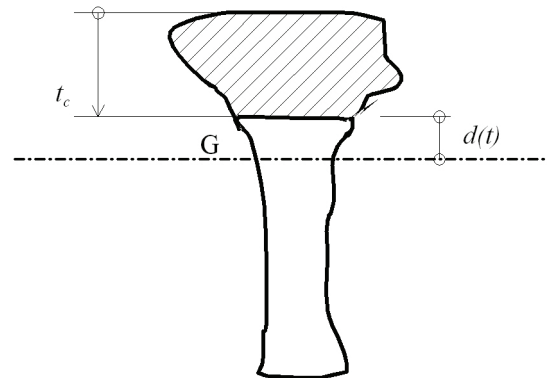
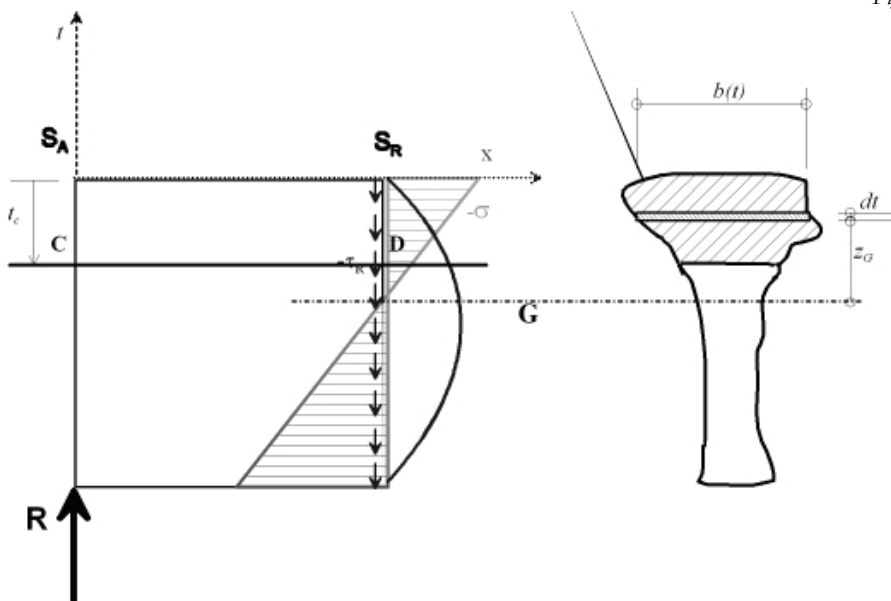
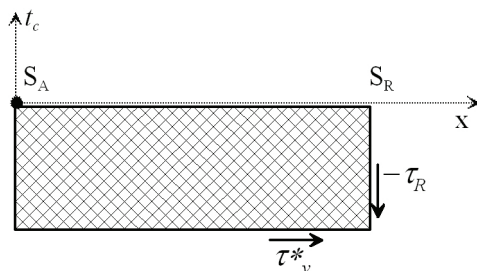


Fig. 18- Aire d'intégration du cisaillement



Par ailleurs, l'effort R conduit, au droit de la section S_R , à un moment égal à $R \times L_R$ équilibré par une répartition de contraintes normales, ces contraintes entraînant un cisaillement associé sur la coupure. Ce cisaillement est égal (au signe près en fonction des repères choisis) au cisaillement vertical calculé plus avant.

Fig. 19- Détermination du cisaillement dû aux contraintes tangentes



C'est un résultat classique de la RdM :

$\tau_v^* = -\tau_v(t)$ en appelant τ_v^* le cisaillement associé sur la coupure t_c dû à V .

Fig. 20- Equilibre des cisaillements

Il en est de même évidemment pour l'action de la composante verticale Ft_A des câbles ancrés en S_A : la valeur du N^* , comme celle du cisaillement associé, s'obtiennent par les mêmes formules. Il suffit de rappeler que le moment dû aux câbles dans la section S_A se retrouve en section S_R par l'équation :

$$M_R = M_A + Ft_A \times L_R$$

En ce qui concerne les charges réparties g et g' , leur action est similaire, mais elles sont calculées avec quelques différences dues au fait qu'elles sont réparties uniformément sur la longueur du tronçon et non concentrées en une section. En particulier, leur bras de levier par rapport à S_R est **la moitié de L_R** .

- g poids propre, vaut $\varpi \times dS$. On calcule N^* par l'intégration de la section $N'_g = \varpi \times B(t)$
- g' équipements, s'applique sur le dessus de la structure, et N^* est donc constant sur toute la hauteur.
- pour le calcul du cisaillement associé $\tau_{g+g'}$, le bras de levier par rapport à S_R étant réduit de moitié, le cisaillement correspondant est diminué d'autant.

On va donc décomposer les calculs pas à pas :

La réaction d'appui vaut $R = 0,655$ MN pour une demi-section (effort ELU).

Les câbles sont inclinés vers le bas entre $1,16^\circ$ et 8° , ce qui entraîne une composante totale $Ft = -0,319$ MN (valeur de calcul F_d).

Les charges réparties sont égales à :

- $g = 0,036$ MN/m
- $g' = 0,008$ MN/m

Bien que la longueur de diffusion soit faible 1,00 m, on tient donc compte des charges réparties : pour une demi-section cela donne $-g = -0,018$ MN et $-g' = -0,004$ MN.

L'effort tranchant qui en résulte vaut donc $V_{R+Ft-(g+g')} = 0,314$ MN (vers le haut).

Par ailleurs, l'intégration de ce cisaillement vertical le long de la section d'ancrage entraîne un effort normal associé sur la coupure horizontale, (effort de compression ici). On retrouve bien la réaction d'appui lorsque l'on arrive à l'intrados $N^* = 0,655$ MN.

Ce cisaillement se cumule avec le cisaillement moyen de diffusion dû à l'effort normal (de flexion générale) pour donner le cisaillement de diffusion globale τ^* .

t_c (m)	$-\tau_V$ (MPa)	Z	$Z_{g+g'}$	Ft_A	N^* (MN)	$e(t)$ (m)	σ^* (MPa)
0	0,0	0	0		0	1,266	0
-0,17	-0,12	-0,01	-0,011		0,02	1,266	0,02
-0,22	-0,74	-0,02	-0,013		0,06	1,266 / 0,25	0,23
-0,37	-1,96	-0,05	-0,014		0,16	0,10	1,58
-0,43	-1,98	-0,06	-0,014	0,24	0,20	0,10	1,98
-0,67	-2,01	-0,11	-0,015		0,25	0,10	2,46
-0,93	-1,97	-0,16	-0,016	0,20	0,40	0,10	2,99
-1,17	-1,85	-0,21	-0,017		0,44	0,10	3,97
-1,43	-1,65	-0,25	-0,018	0,16	0,57	0,10	4,44
-1,52	-1,56	-0,27	-0,018		0,59	0,10	5,73
-1,67	-0,65	-0,29	-0,019		0,61	0,20	3,05
-1,82	-0,27	-0,31	-0,020		0,64	0,30	2,13
-1,93	-0,11	-0,31	-0,021	0,04	0,65	0,30	2,18
-2,00	0	-0,31	-0,022		0,655	0,30	2,18

t_c	τ_n^*	τ_v^*	τ^*
0	0	0,0	0
-0,17	0,60	0,12	0,72
-0,22	3,38	0,76	4,14
-0,37	4,65	2,03	6,68
-0,43	2,97	2,04	5,01
-0,67	4,39	2,08	6,47
-0,93	-2,40	2,03	-0,37
-1,17	-0,35	1,92	1,57
-1,43	-6,47	1,71	-4,76
-1,52	-5,50	1,62	-3,88
-1,67	-1,46	0,68	-0,78
-1,82	-1,12	0,28	-0,84
-1,93	-0,94	0,11	-0,82
-2,00	0	0	0

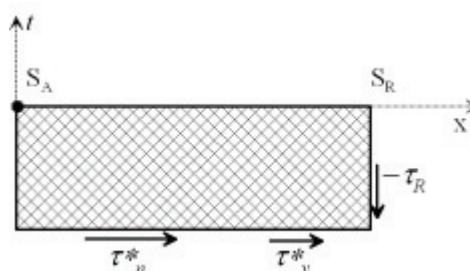


Fig. 21 - Somme des cisaillements

NOTA : convention de signes

Avec les repères utilisés (repère général dirigé vers le haut, de même que pour l'étude des coupures), on obtient les résultats suivants :

pour un effort tranchant positif ($V > 0$), on obtient un cisaillement d'équilibre sur la section de régularisation négatif ($-\tau_v < 0$), un effort normal sur la coupure positif ($N^* > 0$) et un cisaillement associé sur cette même coupure positif ($\tau_n^* > 0$).

Les justifications se font sur la contrainte $|\tau^*| - \sigma^*$ et la section d'armatures est calculée à partir de l'effort $|V^*| - N^*$.

t_c (m)	τ^* (MPa)	V^* (MN)	N^* (MN)	$ V^* - N^*$ (MN)	$ \tau^* - \sigma^*$ (MPa)
0	0	0	0	0	0
-0,17	0,72	0,91	0,02	0,89	0,70
-0,22	4,14	1,04	0,06	0,98	3,91
-0,37	6,68	0,67	0,16	0,51	5,11
-0,43	5,01	0,50	0,20	0,30	3,04
-0,67	6,47	0,65	0,25	0,40	4,01
-0,93	-0,37	-0,04	0,40	-0,36	-3,60
-1,17	1,57	0,16	0,44	-0,29	-2,86
-1,43	-4,76	-0,48	0,57	-0,11	-0,97
-1,52	-3,88	-0,39	0,59	-0,20	-1,99
-1,67	-0,78	-0,16	0,61	-0,45	-2,27
-1,82	-0,84	-0,25	0,64	-0,39	-1,28
-1,93	-0,82	-0,25	0,65	-0,41	-1,35
-2,00	0	0	0,655	-0,655	-2,18

← Valeur maximum

NOTA

Comme indiqué en début de présentation de la partie verticale des efforts (§ 2.2.3), la prise en compte des efforts répartis $g + g'$ complique le calcul alors que l'expérience montre que cette influence est généralement très faible.

A titre de démonstration, dans le cas présent, le fait de négliger cette partie apporte les variations suivantes (indiquées sur la coupure déterminante en $t_c = -0,67$ m) :

on détermine les efforts à partir de $V_{R+Fl} = 0,336$ MN (au lieu de 0,314 avec $g+g'$)

t_c	τ_n^*	τ_v^*	τ^*	V^*	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
-0,67	4,39	2,15	6,54	0,65	0,24	2,39	0,42	4,16

On constate bien que la variation d'effort est de l'ordre de 3 %. Le calcul n'a été détaillé ici que pour la présentation du principe théorique.

2.3.4 – Justifications des contraintes

Sur les plans de coupure aux bords des blocs d'impact, on calcule la contrainte moyenne de cisaillement de diffusion:

$$\tau^* = \frac{V^*}{e(t) \times L_R}$$

La valeur du cisaillement de diffusion obtenu 4,01 MPa est nettement supérieure à la limite f_{csd} . Mais le calcul a été fait volontairement sur une section courante, c'est-à-dire avec une épaisseur d'âme de 0,20 m seulement. Cela montre bien la nécessité d'épaissir l'âme d'une telle poutre à son extrémité, comme il est d'usage.

On reprend alors le calcul en considérant cet épaississement dessiné selon les règles habituelles (cf. Fig. 22).

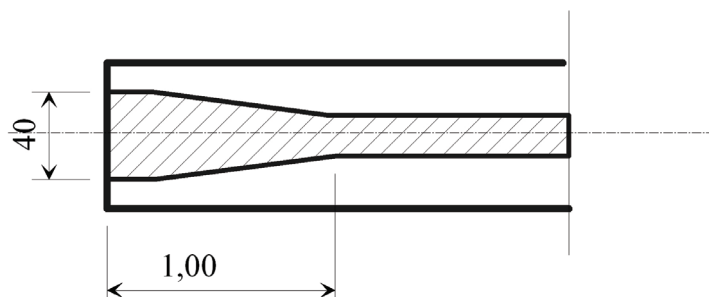


Fig. 22 - Epaisseur de l'âme en extrémité

Dans ce cas, la section de régularisation S_R est toujours la section courante. Les efforts déterminés plus haut ne changent pas :

- l'effort V^* est la somme des résultantes des contraintes τ_n^* (X est obtenue à partir de la contrainte normale sur la section verticale, donc ne change pas) et τ_v^* (obtenue à partir de l'effort tranchant général V , entraînant le moment $V \times L_R$, donc des contraintes normales qui ne changent pas). Cette résultante reste donc inchangée.
- l'effort N^* est obtenu à partir de l'intégration de la contrainte tangente sur la section verticale, il est donc inchangé également.

Pour être complet, il faut signaler que l'effort normal serait très légèrement modifié par le poids propre réel différent de la section courante (g augmente un peu), mais il s'agirait là de l'étude de la variation d'une variation, ce qui est totalement négligeable.

t_c (m)	τ^* (MPa)	V^* (MN)	N^* (MN)	$ V^* - N^*$ (MN)	$ \tau^* - \sigma^*$ (MPa)
0	0	0	0	0	0
-0,43	3,13	0,50	0,20	0,30	1,90
-0,67	4,04	0,65	0,25	0,40	2,51
-0,93	-0,23	-0,04	0,40	-0,36	-2,25
-1,17	0,98	0,16	0,44	-0,29	-1,79
-1,43	-2,98	-0,48	0,57	-0,11	-0,60
-1,52	-2,43	-0,39	0,59	-0,20	-1,25
-1,67	-0,49	-0,16	0,61	-0,45	-2,83
-1,93	-0,51	-0,25	0,65	-0,41	-1,35
-2,00	0	0	0,655	-0,655	-2,18

En revanche, les contraintes de cisaillement τ^* et normale σ^* associées à la diffusion sont réduites directement en proportion des sections coupées. On donne ci-après le résultat du calcul avec une âme épaissie à 0,40 m. Seule la zone de l'âme est concernée par les modifications : la contrainte résultante $|\tau^*| - \sigma^*$ est modifiée, ainsi que la section d'armatures par la modification du coefficient ξ .

La section coupée passe de $S_{1/2} = 0,1 \times L_{RV} = 0,1 \text{ m}^2$ à $S_{1/2} = 0,2 \times 0,2 + 0,8 \times 0,15 = 0,160 \text{ m}^2$

On obtient au bord supérieur de l'ancrage n° 2 :

$$|V^*| - N^* = 0,40 \text{ MN et } |\tau^*| - \sigma^* = 2,51 \text{ MPa}$$

$$\text{On vérifie ici que } |\tau^*| - \sigma^* = 2,51 \text{ MPa} \approx f_{csd} = 2,5 \text{ MPa}$$

2.3.5 – Armatures d'équilibre général

On calcule les armatures d'équilibre général :

$$A_{sc\ red} = \frac{|V^*| - N^*}{f_{yd}} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{|\tau^*| - \sigma^*}{f_{tj}}} \right) = \frac{0,40}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{2,5}{2,5}} \right) = 9,23 \times 1 = 9,23 \text{ cm}^2 \text{ pour la moitié de la poutre, soit } 18,46 \text{ cm}^2 \text{ pour la poutre complète.}$$

2.3.6 – Répartition des armatures

Tout d'abord, on doit disposer (§ 2.1) les armatures de première zone $A_e = 9,26 \text{ cm}^2$ sur une longueur de $1,2c = 0,34 \text{ m}$.

C'est à comparer avec les armatures calculées ci-dessus (§ 2.2.5) soit $A_{sc\ red} = 18,46 \text{ cm}^2$

On remarque tout d'abord que, la longueur de répartition étant assez faible, la zone $L_R/3 - 1,2c$ est pratiquement nulle : avec $L_R = 1,00 \text{ m}$, on aboutit à $L_R/3 - 1,2 = 0,02 \text{ m}$. Ce n'est pas significatif.

On n'examine donc que le complément d'armatures à disposer sur les 2/3 de la longueur de régularisation : $A_c = 18,46 - 9,26 = 9,2 \text{ cm}^2$ sur $0,67 - 0,34 = 0,33 \text{ m}$ (soit $28 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Récapitulation :	première zone	$A_e = 9,26 \text{ cm}^2$ sur $0,34 \text{ m}$
	diffusion	$A_c = 9,2 \text{ cm}^2$ sur $0,33 \text{ m}$

Disposition : on dispose des cadres comme armatures, ce qui représente deux sections d'acier par plan d'armature ; en utilisant du HA 16, cela conduit à $4,02 \text{ cm}^2$ par plan.

On doit donc disposer 2 séries de cadres HA 16 avec un espacement d'environ 14 cm ; puis 2 autres cadres identiques.

3 – Diffusion dans le plan horizontal

La longueur de régularisation est égale à (d = distance entre bords des blocs d'impact) :

$$L_{rh} = \max \left\{ \begin{array}{l} H-d = 2,532 - 0,26 = 2,27 \text{ m} \\ H/2 = 1,266 \text{ m} \end{array} \right\} = 2,27 \text{ m}$$

On considère ici que $H = \frac{L_{\text{tablier}}}{\text{nb de poutres}} = 2,532 \text{ m}$

Cette hypothèse n'est acceptable que dans la mesure où les poutres diffèrent peu entre elles (largeur moyenne proche de la largeur de chacune d'entre elles) et qu'elles comportent les mêmes efforts ancrés.

3.1 – Prisme local et ferrailage de couture de première zone

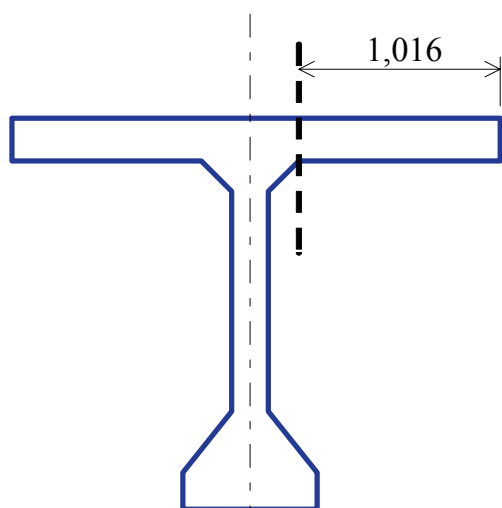
Dans ce cas précis, les dimensions du rectangle d'impact étant les mêmes dans les deux directions, les résultats sont les mêmes que dans le plan vertical, mais sans effet de bord du fait du centrage sur l'axe de ces ancrages ($\xi_{\min} = 1$).

On obtient donc : $A_s = 6,55 \text{ cm}^2$ réparti sur 0,31 m.

3.2 – Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion

3.2.1 – Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement

Le paragraphe 2.2.1 a établi le diagramme de contrainte dans le plan vertical avec, dans le hourdis $\sigma_{sh} = 2,55 \text{ MPa}$ et $\sigma_{ih} = 3,51 \text{ MPa}$. Les contraintes sont uniformes dans le plan horizontal du fait de la parfaite symétrie de la structure et des efforts appliqués. Les coupures verticales se situent dans le hourdis : en fait, il n'y en a qu'une seule, située au changement d'épaisseur, c'est-à-dire à l'origine du gousset. Les blocs d'ancrage, se situant sur l'âme, ne sont pas concernés.



Le calcul est ici très simple, avec un seul rectangle d'intégration.

t_c (m)	Désignation	largeur coupée (m)
0	bord du tablier	0,22
-1,016	naissance du gousset	0,22

Fig. 23 - Coupe verticale pour diffusion dans le plan horizontal

Intégrale des contraintes normales $V_n^* = 1,016 \times \frac{3,05 + 4,21}{2} \times 0,22 = 0,81 \text{ MN}$

3.2.2 – Détermination des contraintes dues à l'effort tranchant (réaction d'appui et composante verticale des câbles)

Comme déjà indiqué, l'effort tranchant vertical résultant de la réaction d'appui et de la composante verticale des câbles ancrés entraîne un cisaillement horizontal, sur la section d'ancrage.

Dans le cas de la poutre, le cisaillement associé correspondant à l'effort tranchant est positif et on obtient une compression sur la coupure considérée.

On aboutit aux valeurs suivantes :

coupure	t_c (m)	τ_n^* (MPa)	τ_v^* (MPa)	τ^* (MPa)	$-\tau_{hV}$ (MPa)	N^* (MN)	$e(t)$ (m)	σ^* (MPa)
I	-1,016	+1,63	+0,67	+2,29	-0,61	0,07	0,22	0,14

$-\tau_{hV}$ est le cisaillement horizontal dans la section de régularisation dû à l'effort tranchant V.

3.2.3 – Justifications des contraintes

Comme précédemment, les justifications sont récapitulées ci-dessous, avec $L_{Rh} = 2,27$ m.

t_c (m)	τ^* (MPa)	V^* (MN)	N^* (MN)	$ V^* -N^*$ (MN)	$ \tau^* -\sigma^*$ (MPa)
-1,016	2,29	1,15	0,07	1,08	2,15

On vérifie bien que $|\tau^*|-\sigma^* = 2,15 \text{ MPa} < f_{csd} = 2,50 \text{ MPa}$

3.2.4 – Armatures d'équilibre général

On calcule les armatures comme précédemment (coupure à $t_c = -1,016$ m).

$$A_{s_{red}} = \frac{|V^*|-N^*}{f_{yd}} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{|\tau^*|-\sigma^*}{f_{csd}}} \right) = \frac{1,08}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{2,15}{2,5}} \right) = 24,75 \times 0,94 = 23,31 \text{ cm}^2$$

Cette section est à répartir sur les 2/3 de la longueur de régularisation, soit 1,51 m.

3.2.5 – Répartition des armatures

Il convient de remarquer que, contrairement au cas du caisson classique dans lequel l'ancrage est implanté dans le gousset au niveau du hourdis supérieur, ici le premier ancrage est situé à moitié en dehors du hourdis.

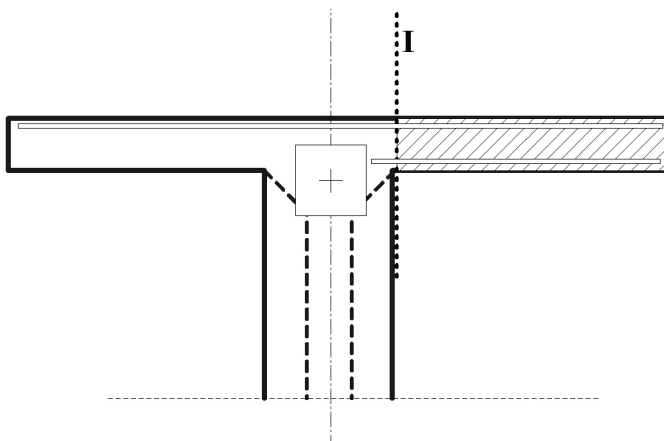


Fig. 24 - Géométrie de la section d'about

Les armatures de première zone de l'ancrage 1 (ancrage supérieur) ne sont donc pas totalement efficaces pour couder le hourdis au reste de la poutre. On constate que seuls les aciers supérieurs peuvent être inclus dans les armatures de diffusion.

Il faut donc raisonner un peu pour définir les différentes zones de ferrailage :

On doit disposer (§ 3.1) les armatures de première zone $A_e = 6,55 \text{ cm}^2$ sur une longueur de $1,2 c = 0,34 \text{ m}$. Cela conduit à une densité de $19 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Ensuite, on doit placer un minimum de $2/3 A_{sc}$ dans le premier tiers de L_R .

Ici, cela conduit à $(2/3 A_{sc} - A_e) = 2/3 \times 23,31 - 6,55/2 = 15,54 - 3,28 = 12,26 \text{ cm}^2$ sur une longueur de $(L_R/3 - 1,2c) = 1/3 \times 2,27 - 0,34 = 0,76 - 0,34 = 0,42 \text{ m}$, d'où une densité de $29 \text{ cm}^2/\text{m}$, semblable mais **supérieure** à celle du bloc d'impact ($21 \text{ cm}^2/\text{m}$). Enfin, on doit placer $(A_{sc} - A_e) = 23,31 - 6,55/2 = 20,03 \text{ cm}^2$ sur $(2/3 L_R - 1,2 c) = 1,51 - 0,34 = 1,17 \text{ m}$, soit une densité de $17 \text{ cm}^2/\text{m}$.

On place donc une densité homogène sur le premier tiers de la longueur de régularisation en mettant les $2/3 A_c$ soit $15,54 \text{ cm}^2$ sur $0,76 \text{ m}$ (densité moyenne $20 \text{ cm}^2/\text{m}$), puis sur les $0,76 \text{ m}$ restants, le dernier tiers de $A_{sc} = 7,77 \text{ cm}^2$ (soit $10 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Récapitulation :

première zone et diffusion	$A_c = 15,54 \text{ cm}^2$ sur $0,76 \text{ m}$
diffusion	$A_c = 7,77 \text{ cm}^2$ sur $0,76 \text{ m}$

Dans un tel hourdis, on peut disposer deux nappes d'armatures HA20, soit $6,28 \text{ cm}^2$ par plan d'armatures. Cela conduit à répartir trois plans ($18,85 \text{ cm}^2$) à l'espacement d'environ 33 cm et deux plans de HA14 ($2 \times 3,08 \text{ cm}^2$) dans la zone suivante, au même espacement, soit un total de 25 cm^2 .

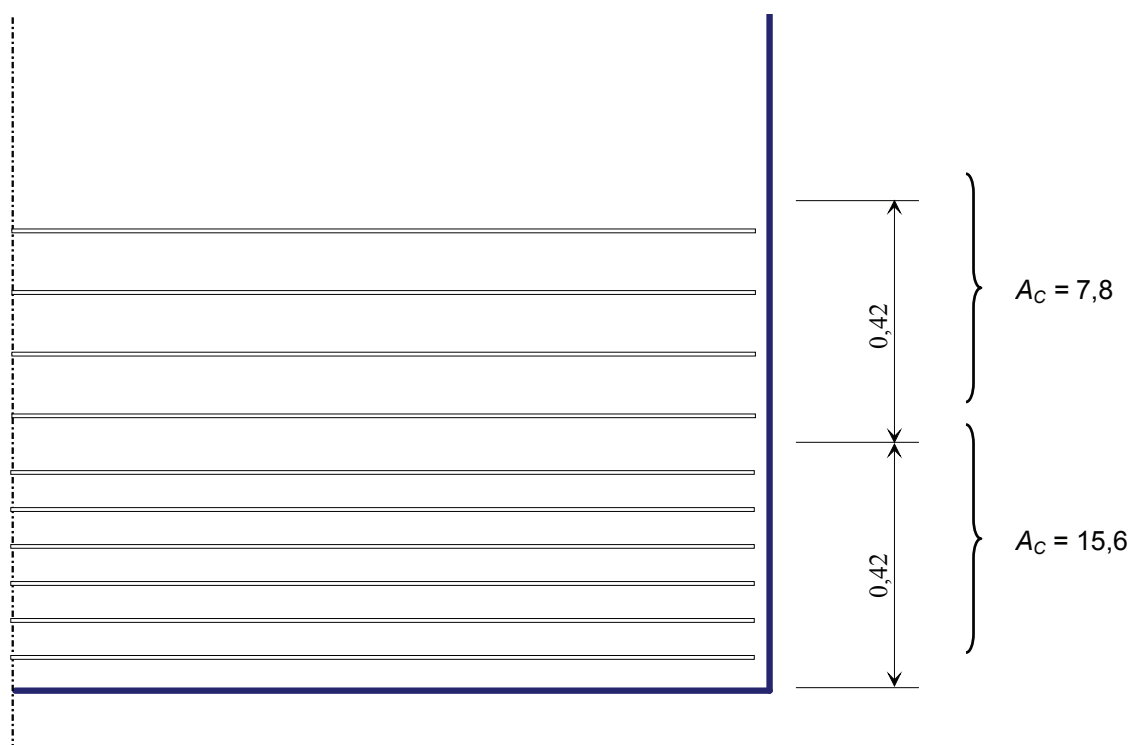
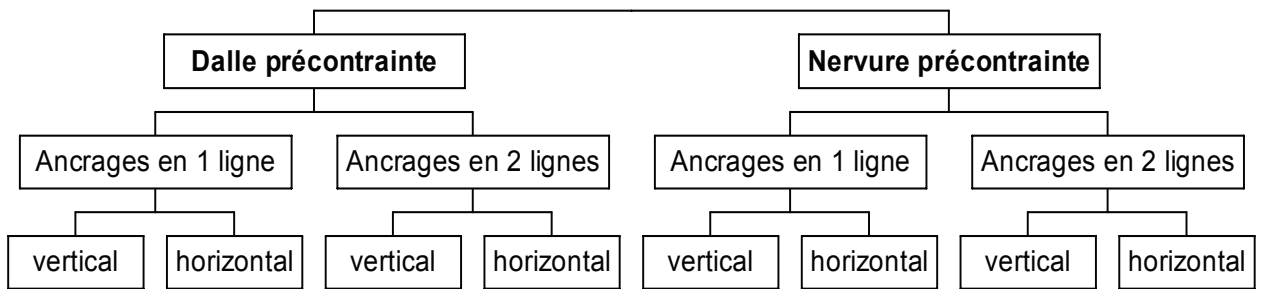


Fig. 25 - Répartition du ferrailage – plan horizontal

Cas d'une dalle précontrainte



Organisation de l'étude



Dalle précontrainte

1 – Données générales

L'ouvrage considéré est un PSIDP - dalle précontrainte – à deux travées (hauteur 0,80 m ; largeur totale 10,00 m ; voir dessin ci-dessous).

1.1 – Caractéristiques de la section totale

Caractéristiques de la section totale :

$$B = 6,70 \text{ m}^2$$

$$v = 0,359 \text{ m}$$

$$v' = 0,441 \text{ m}$$

$$I = 0,336 \text{ m}^4$$

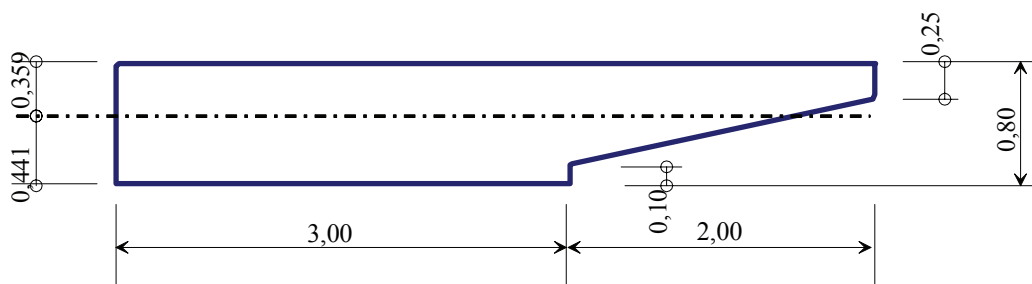


Fig. 26 - Demi-coupe transversale – dalle pleine

1.2 – Caractéristiques béton et armatures passives

Les résistances du béton sont présumées être :

- à 28 jours (caractéristique) : $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$; $f_{ctm} = 3,21 \text{ MPa}$
- à environ 5 jours $f_{cm}(t_0) = 33 \text{ MPa}$; $f_{ctm}(t_0) = 2,57 \text{ MPa}$
- à 7 jours $f_{cm}(t_0) = 35,2 \text{ MPa}$; $f_{ctm}(t_0) = 2,71 \text{ MPa}$

D'où la valeur de $f_{ctk0,05}(t_0 = 28j) = 2,25 \text{ MPa}$ et une contrainte limite de calcul $f_{csd} = 2,70 \text{ MPa}$.

Les aciers passifs sont des Fe 500, soit $f_e = 500 \text{ MPa}$. La contrainte limite de calcul est donc $f_{yd} = f_e / 1,15 = 435 \text{ MPa}$.

1.3 – Précontrainte

Le tablier est précontraint par 14 câbles filants 12T15S de classe 1860 ancrés en extrémité de tablier.

La plaque d'ancrage mesure 0,28 x 0,28 m.

Chaque câble donne :

$P_m = 2,36 \text{ MN}$ (au voisinage de S_A , toutes pertes faites, à t_{∞})

Pour la disposition des ancrages, deux cas de figure seront examinés :

- tous les ancrages sont disposés sur une seule ligne horizontale, supposée au centre de gravité pour simplifier les calculs en n'introduisant pas d'excentricité de la précontrainte dans la section ;
- les ancrages sont répartis sur deux lignes transversales - dalle pleine - situées à 0,20 m des parois horizontales, à raison de 4 en haut et 3 en bas pour obtenir une excentricité globale voisine de 0, mais non nulle.

Ceci permettra de comparer les efforts de diffusion qui en résultent et montrera l'intérêt d'une répartition intelligente des ancrages.

A – Ancrages en une ligne

2 – Diffusion dans le plan vertical

On tient compte de la présence de la réaction d'appui, ainsi que de la composante verticale de l'effort d'ancrage sur le tronçon considéré. Comme précédemment, on calcule les efforts et contraintes de diffusion dus aux contraintes normales longitudinales. Il en résulte un cisaillement le long de la coupure. Les composantes verticales situées dans la section d'ancrage S_A : $V = R + Ft_A$ sont équilibrées par un cisaillement (de sens opposé) dans la section de régularisation S_R . L'action de ce cisaillement vertical entraîne un cisaillement complémentaire de diffusion et un effort normal dans le plan de coupure (compression pour la réaction d'appui).

C'est le principe de la "diffusion globale", détaillé dans l'exemple du VIPP.

On néglige l'effet de la variation d'effort tranchant, de la charge permanente de la poutre et du tracé des câbles entre la section S_A et la section S_R en raison de la très faible longueur de régularisation, ce qui permet de simplifier les calculs.

Les ancrages sont situés sur une ligne placée à 0,36 m de l'extrados (voir schéma ci-après, les carrés représentent les blocs d'impact de 0,40 m de côté – dimensionnés en 2.1).

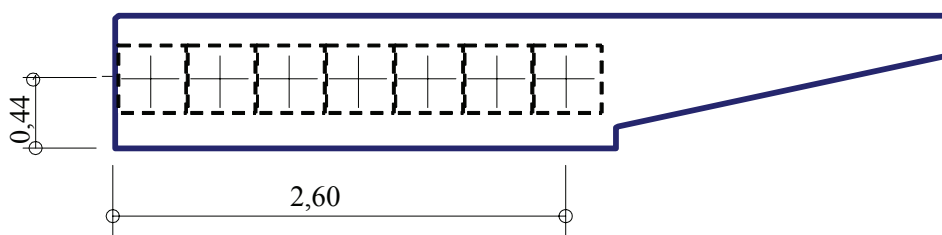


Fig. 27 - Répartition des ancrages en une ligne – dalle pleine

La longueur de régularisation est égale à (d = distance entre bords des blocs d'impact) :

$$L_{RV} = \max \left\{ \begin{array}{l} H - d = 0,80 - 0,40 = 0,40 \text{ m} \\ H/2 = 0,40 \text{ m} \end{array} \right\} = 0,40 \text{ m}$$

2.1 – Prisme local

2.1.1 - Prisme local, dimensions

Le rectangle d'impact a pour dimensions : $c \times c' = 0,40 \times 0,40 \text{ m}$

On vérifie que $\frac{2,36}{0,40 \times 0,40} = 14,8 \text{ MPa} \approx 0,6 f_{ck}(t_0) = 0,6 \times 25 \text{ MPa}$ (pour une mise en tension à 5 jours en moyenne).

Il règne sur une longueur de $1,2 c$ soit $1,2 \times 0,40 = 0,48 \text{ m}$.

2.1.2 - Armatures de couture de première zone

Sur cette longueur, il faut disposer des armatures reprenant $0,15 F_d$, soit :

$$0,15 F_d = 0,15 \times 1,2 \times 2,36 = 0,43 \text{ MN} \quad \text{d'où une section d'acier de } A_e = \frac{0,15 F_d}{f_{yd}} = \frac{0,43}{435} = 9,77 \text{ cm}^2$$

Cela représente donc une section totale de $A_e = 7 \times 9,77 = 68,36 \text{ cm}^2$ par demi-tablier.

Comme d'habitude, ces aciers doivent être continus sur la hauteur de l'ouvrage et seront comptabilisés dans les aciers de diffusion générale (voir ci-après).

2.1.3 - Effet de l'excentricité

Par ailleurs, il convient de prendre en compte l'excentricité de la position des câbles par rapport au milieu de la poutre considérée, à savoir ici la mi-hauteur de la dalle. Les câbles sont ancrés à $0,36 \text{ m}$ de l'extrados. Leur inclinaison est d'environ $3,4^\circ$ vers le bas. Il faut alors considérer deux cas : soit côté extrados avec une distance de $0,36 \text{ m}$ et les câbles s'éloignant, soit côté intrados avec une distance de $0,44 \text{ m}$, mais le câble est alors dirigé vers la paroi.

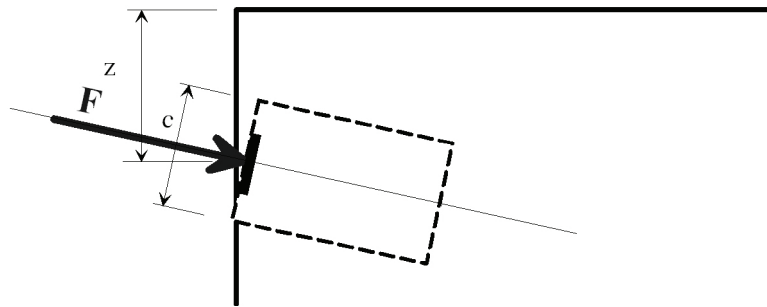


Fig. 28 - Effet de l'excentricité et de l'inclinaison

- Cas 1 extrados - coefficient tenant compte de l'excentrement :

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{z \left(\frac{3}{h} + \frac{1}{c} \right)}} = \sqrt{\frac{2}{0,36 \left(\frac{3}{0,80} + \frac{1}{0,40} \right)}} = 0,94 \quad \text{Le plancher étant de 1, l'effort est égal à } 0,15 F.$$

- Cas 2 intrados : le coefficient ξ vaut $\xi = \sqrt{\frac{2}{0,44 \left(\frac{3}{h} + \frac{1}{c} \right)}} = 0,85$

Là encore, c'est la valeur plancher qui est à retenir, c'est-à-dire $\xi = 1$.

Dans ce cas de figure, la position des câbles étant proche du milieu, l'effet de l'excentricité est, bien entendu, pratiquement nul. Ce n'est pas le cas lorsque l'on répartit les ancrages sur deux lignes (voir plus loin).

En conclusion, l'effort à reprendre vaut $0,15 \times 2,83 = 0,43 \text{ MN}$ par câble, soit $9,77 \text{ cm}^2$ par ancrage.

2.2 – Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion

On considère la tranche comprise entre S_A et S_R comme un bloc indéformable d'axe Ot et de hauteur $H = 0,80 \text{ m}$.

2.2.1 – Détermination des contraintes normales isostatiques selon la RdM dues à l'effort concentré appliqué dans S_A

La tension dans chaque câble est prise égale à $2,36 \text{ MN}$. L'ouvrage étant parfaitement symétrique, on effectue le calcul sur une demi-section. L'effort total sur cette demi-section est de $F_d = 1,2 \times 16,52 = 19,82 \text{ MN}$.

Il n'y a pas d'excentricité des câbles.

Le diagramme de contraintes normales est donc uniforme :

$$\sigma_{\text{sup}} = \sigma_{\text{inf}} = \frac{19,79 \times 2}{6,70} = 5,91 \text{ MPa}$$

2.2.2 – Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement sous diffusion

On effectue les coupures horizontales aux bords des rectangles d'impact et aux points remarquables que constituent les changements de forme. En revanche, on ne considère pas les résultats sur les coupures passant à l'intérieur du rectangle d'impact (ce sont seulement des résultats intermédiaires pour le calcul d'intégration des efforts ou contraintes). Les niveaux de coupures sont donc :

n°	t _c (m)	Désignation	Demi-largeur coupée m)
1	0	extrados du tablier	5,00
2	-0,16	limite supérieure du rectangle d'impact	5,00
3	-0,25	bord inférieur de l'encorbellement (pas significatif car dans le rectangle d'impact)	5,00
4	-0,56	limite inférieure du rectangle d'impact	3,63
5	-0,80	intrados du tablier	3,00

t _c (m)	e(t) (m)	σ (MPa)	X (MN)	V _n * (MN)
0,00	5,00	5,91	0	0
-0,16	5,00	5,91	-4,70	+4,70
-0,25	5,00	5,91	-7,38	+2,88
-0,56	3,63	5,91	-15,26	-4,53
-0,80	3,00	5,91	-19,79	0

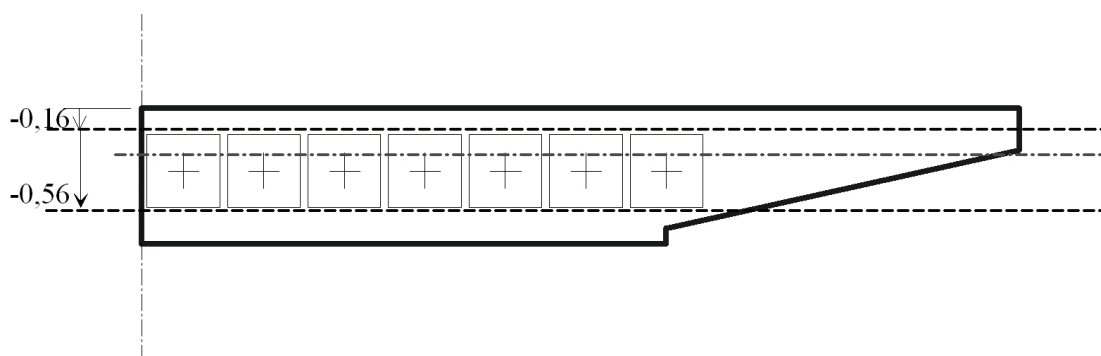


Fig. 29 - Coupures horizontales – dalle pleine

2.2.3 – Détermination des contraintes dues à l'effort tranchant (réaction d'appui et composante verticale des câbles)

La réaction d'appui vaut $R = 1,45$ MN pour une demi-section. Les câbles sont inclinés en moyenne à $3,4^\circ$ vers le bas, ce qui entraîne une composante

$$Ft_A = 19,82 \times \sin(-3,4) = -1,18 \text{ MN}$$

L'effort tranchant qui en résulte vaut donc $V = +0,27$ MN (donc vers le haut). Cela entraîne sur la section verticale un cisaillement que l'on écrit

$$\tau_{(R+Ft)} = \frac{V \times \mu(t)}{I \times e(t)}$$

Il entraîne sur la coupure horizontale un cisaillement associé $\tau_v^* = -\tau_v$

Ce cisaillement se cumule avec le cisaillement moyen de diffusion dû à l'effort normal (de flexion générale) pour donner le cisaillement de diffusion globale τ^* .

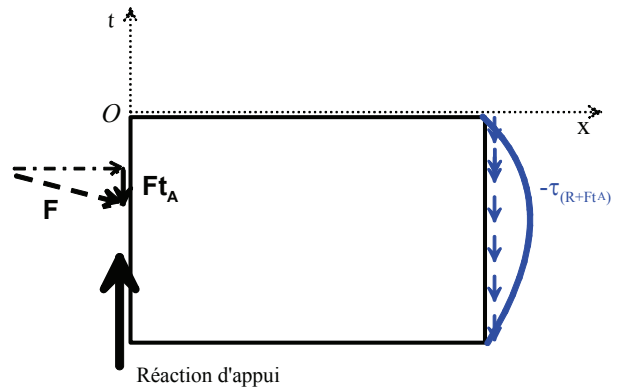


Fig. 30 - Actions sur le tronçon

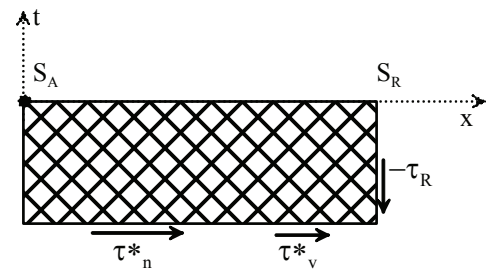


Fig. 31 - Cumul des cisaillements

t_c (m)	τ_n^* (MPa)	τ_v^* (MPa)	τ^* (MPa)
0,00	0	0,0	0
-0,16	+2,35	+0,07	+2,42
-0,25	+1,44	+0,10	+1,54
-0,56	-3,12	+0,11	-3,02
-0,80	0,0	0,0	0,0

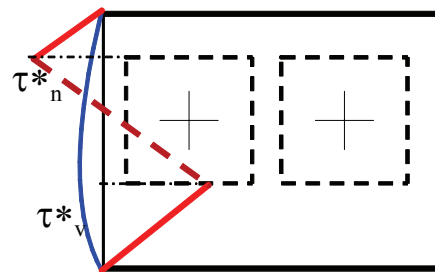


Fig. 32 - Distribution des cisaillements

Par ailleurs, l'intégration de ce cisaillement vertical le long de la section d'ancrage entraîne un effort normal associé sur la coupure horizontale, effort de compression dans le cas présent. On doit retrouver la réaction d'appui lorsque l'on arrive à l'intrados.

t_c (m)	$-\tau_v$ (MPa)	N^* (MN)	$e(t)$ (m)	σ^* (MPa)
0,00	0,0	0	5,00	0
-0,16	-0,07	0,03	5,00	0,02
-0,25	-0,10	0,34	5,00	0,17
-0,56	-0,11	1,41	3,63	0,97
-0,80	0,0	1,45	3,00	1,22

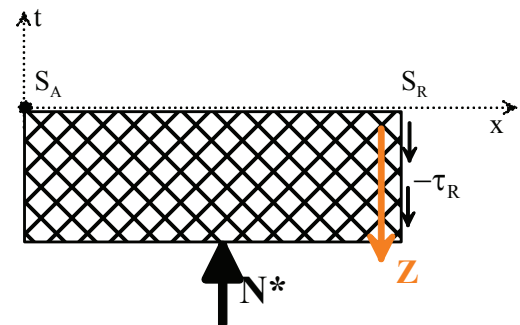


Fig. 33 - Equilibre des efforts verticaux

Les justifications se font sur la contrainte $|\tau^*| - \sigma^*$ et la section d'armatures est calculée à partir de l'effort $|V^*| - N^*$.

t_c (m)	τ^* (MPa)	V^* (MN)	N^* (MN)	$ V^* - N^*$ (MN)	$ \tau^* - \sigma^*$ (MPa)
0,00	0,0	0	0	0	0
-0,16	+2,42	+4,84	0,05	4,81	2,40
-0,25	+1,54	+3,07	0,35	2,73	1,37
-0,56	-3,02	-4,37	1,37	2,97	2,05
-0,80	0,0	0	1,45	-1,45	-1,22

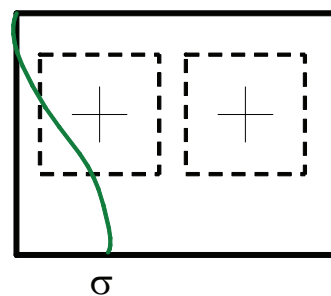


Fig. 34 - Distribution de la contrainte normale

NOTA

La prise en compte de la réaction d'appui sous la forme globale $V = R + Ft = 1,45 - 1,18 = 0,27$ MN considère que cette réaction d'appui concerne tous les ancrages. Dans le cas d'une dalle, la répartition des ancrages se fait généralement sur toute la largeur de la dalle, alors que la position relativement extérieure des appareils d'appui fait qu'elle n'intéresse pas systématiquement tous les ancrages, notamment lorsque la ligne d'appui ne comporte que deux appareils (cas le plus fréquent, cf. Fig. 35).

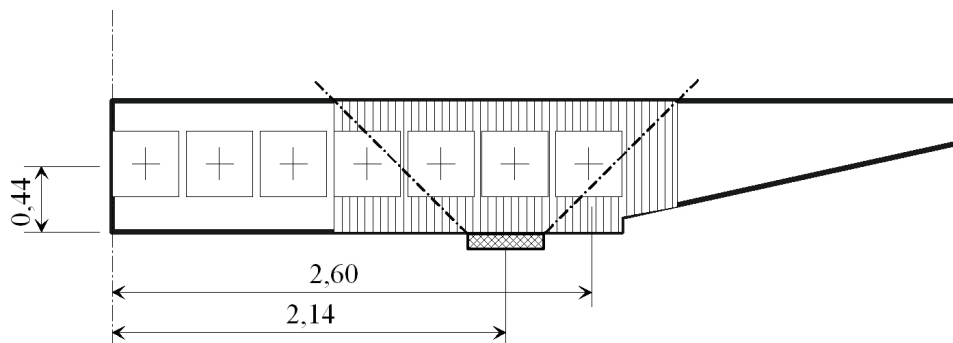


Fig. 35 - Diffusion de la réaction d'appui

Cependant, la section d'armatures est assez peu sensible à la réaction d'appui du fait du faible taux de cisaillement général d'une dalle. On simplifiera donc le calcul en prenant en compte globalement la réaction d'appui et en en déduisant les sections d'armatures correspondantes. Ce sont les armatures horizontales qui seront les plus efficaces pour diffuser la force des ancrages entre les différentes zones. C'est surtout au niveau de la conception générale que l'on évitera d'implanter les appareils d'appui en extrémité, ou pire, en dehors de la zone des ancrages.

2.2.4 – Justifications des contraintes

Sur les plans de coupure aux bords du bloc d'impact, on calcule la contrainte moyenne de cisaillement de diffusion:

$$\tau^* = \frac{V^*}{e(t) \times L_R}$$

On obtient :

au bord supérieur $|V^*| - N^* = 4,81$ MN avec $e = 5,00$ m et $L_{Rv} = 0,40$ m

et corrélativement $|\tau^*| - \sigma^* = 2,40$ MPa

au bord inférieur $|V^*| - N^* = 2,97$ MN avec $e = 3,63$ m et $|\tau^*| - \sigma^* = 2,05$ MPa

La mise en tension de l'ensemble des câbles est considérée avec la résistance à 28 jours, soit une contrainte de $f_{ctm}(t_0) = 3,21$ MPa, d'où une contrainte limite $f_{csd} = 2,70$ MPa.

On vérifie ici que $|\tau^*| - \sigma^* = 2,40$ MPa < $f_{csd} = 2,70$ MPa

NOTA

On remarquera que si l'on voulait tendre les câbles à 7 jours, la contrainte limite serait réduite alors à $f_{csd} = 2,28$ MPa, d'où un dépassement de la capacité du béton. On s'aperçoit ainsi que la disposition des ancrages **sur une même ligne n'est pas une disposition favorable**, en dehors de tout problème de ferrailage !

2.2.5 – Armatures d'équilibre général

On calcule les armatures d'équilibre général :

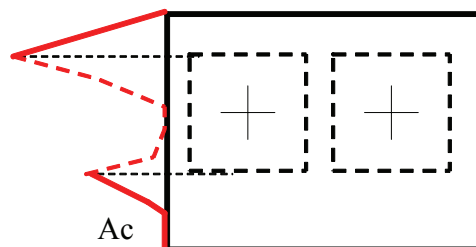


Fig. 36 - Distribution de la section d'armatures

$$A_{sc,red} = \frac{|V^*| - N^*}{f_{yd}} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{|\tau^*| - \sigma^*}{f_{csd}}} \right) = \frac{4,81}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{2,40}{2,7}} \right) = 110,6 \times 0,96 = 105,65 \text{ cm}^2 \text{ pour le demi-tablier.}$$

2.2.6 – Répartition des armatures

Tout d'abord, on doit disposer (§ 2.1) les armatures de première zone $A_e = 9,77 \text{ cm}^2$ sur une longueur de $1,2 c = 0,48 \text{ m}$. Pour un demi-tablier, cela correspond à $A_e = 7 \times 9,77 = 68,36 \text{ cm}^2$

C'est à comparer avec les armatures calculées ci-dessus (§ 2.2.5) soit $A_{sc} = 105,65 \text{ cm}^2$

Ces armatures sont réparties selon le principe :

- au minimum $2/3 A_{sc}$ placée sur une longueur de $L_R/3$
- ou A_{sc} sur la longueur $2/3 L_R$.

On remarque que, dans le cas présent d'une dalle de faible épaisseur, la longueur de répartition est très courte : puisque $L_R = 0,40 \text{ m}$, elle est inférieure à celle du bloc d'impact $1,2 c = 0,48 \text{ m}$.

Cela signifie qu'il faut disposer la totalité des armatures (qu'elles soient de première zone ou de diffusion) $A_{sc} = 105,65 \text{ cm}^2$ sur $0,48 \text{ m}$ (soit $220 \text{ cm}^2/\text{m}$) ; et rien d'autre puisqu'on se situe bien au-delà de la longueur de régularisation calculée classiquement.

Récapitulation :	première zone et diffusion	$A_{sc} = 105,65 \text{ cm}^2$ sur $0,48 \text{ m}$
------------------	----------------------------	---

Disposition : comme il y a 7 ancrages, on va disposer des cadres comme armature, ce qui représente deux sections d'acier par ancrage et par plan d'armature ; en utilisant du HA 16, cela conduit à $7 \times 4,02 \text{ cm}^2$ par plan. On doit donc disposer 5 séries de cadres HA 16 sur $0,48 \text{ m}$ ($140,7 \text{ cm}^2$), soit un espacement d'environ 12 cm .

Avec des cadres HA20, toujours en conservant 7 cadres par plan, on aboutit à 3 plans, permettant un espacement d'environ 20 cm .

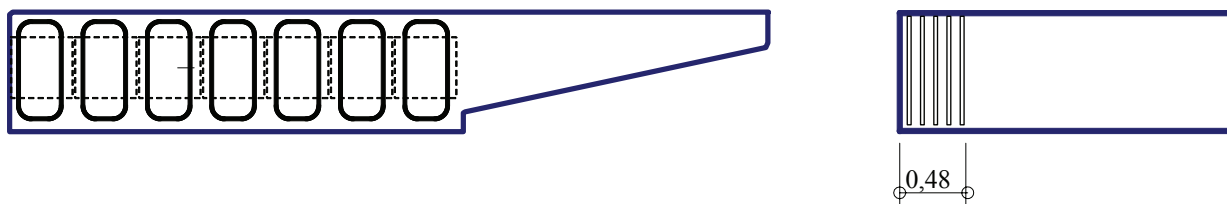


Fig. 37 - Répartition du ferrailage vertical

3 – Diffusion dans le plan horizontal

La longueur de régularisation est égale à (d = distance entre bords des blocs d'impact) :

$$L_{Rh} = \max \left\{ \begin{array}{l} H-d = 10,00 - 5,60 = 4,40 \text{ m} \\ H/2 = 5,00 \text{ m} \end{array} \right\} = 5,00 \text{ m}$$

3.1 – Prisme local

Dans ce cas précis, les dimensions du rectangle d'impact étant les mêmes dans les deux directions, les résultats sont les mêmes que dans le plan vertical, à savoir : $A_e = 9,77 \text{ cm}^2$ réparti sur 0,48 m.

Effet de l'excentricité

Les ancrages sont situés loin du bord extérieur de l'ouvrage dans le plan horizontal. Les armatures situées à proximité de l'ancrage ne sont donc pas à renforcer (on est au cas où $\xi_{\min} = 1$).

3.2 – Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion

3.2.1 – Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement

Le paragraphe 2.2.1 a établi le diagramme de contrainte dans le plan vertical avec $\sigma_m = 5,91 \text{ MPa}$. Les contraintes sont également uniformes dans le plan horizontal du fait de la parfaite symétrie de la structure et des efforts appliqués. Pour cette même raison de symétrie, on n'étudie qu'une demi-section. Les coupures, cette fois verticales, se situent toujours aux bords des blocs et aux points remarquables que constituent les changements d'épaisseur.

Les positions des câbles transversalement sont les suivantes (par rapport à l'axe) :

0,20 – 0,60 – 1,00 – 1,40 – 1,80 – 2,20 – 2,60 m

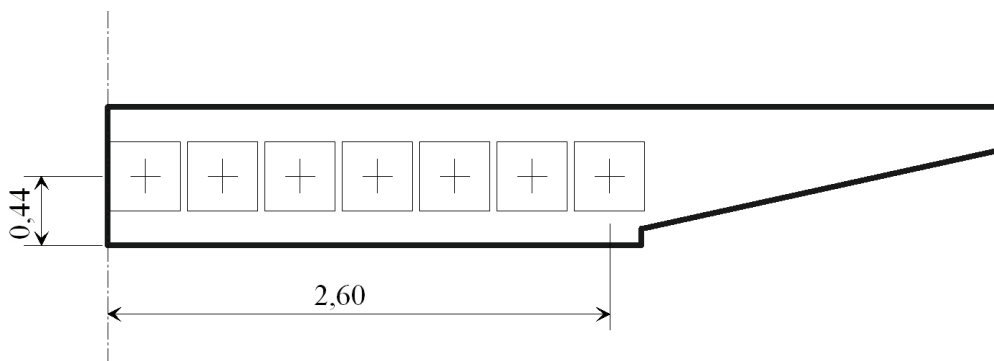


Fig. 38 - Répartition des ancrages

Les niveaux de coupures sont donc (y étant compté depuis l'axe du caisson) :

y (m)	Désignation	largeur coupée (m)
0	axe du tablier	0,80
0,40	plan intermédiaire entre ancrages	0,80
0,80	idem	0,80
1,20	idem	0,80
1,60	idem	0,80
2,00	idem	0,80
2,40	idem	0,80
2,80	bord du bloc de référence le plus extérieur	0,80
3,00	bas de l'aile du tablier	0,70
5,00	bord du tablier	0,25

coupure I : intégrale des contraintes normales

$$V^* = 5,91 \times \left(0,25 \times 2,00 + \frac{0,45}{2} \times 2,00 \right) = 5,61 \text{ MN}$$

coupure	y (m)	t_c (m)	e(t) (m)	σ (MPa)	V_n^* (MN)
IX	0,00	-5,00	0,80	5,91	0
VIII	0,40	-4,60	0,80	5,91	+0,94
VII	0,80	-4,20	0,80	5,91	+1,87
VI	1,20	-3,80	0,80	5,91	+2,81
V	1,60	-3,40	0,80	5,91	+3,75
IV	2,00	-3,00	0,80	5,91	+4,68
III	2,40	-2,60	0,80	5,91	+5,62
II	2,80	-2,20	0,80	5,91	+6,56
I	3,00	-2,00	0,70	5,91	+5,61
bord	5,00	0,00	0,25	5,91	0

3.2.2 – Détermination des contraintes dues aux charges verticales (réaction d'appui, composante des câbles, charges permanentes réparties)

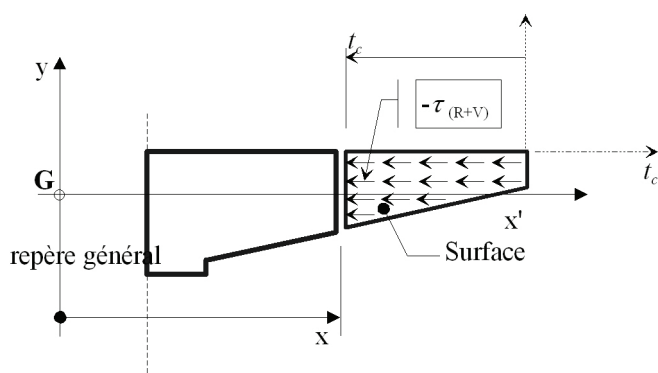


Fig. 39 - Cisaillement horizontal dû à l'effort vertical

L'effort tranchant vertical, résultant de la réaction d'appui et de la composante verticale des câbles ancrés, donne un cisaillement horizontal sur la section d'ancrage (cf. Fig. 39).

De manière analogue à l'étude dans le plan vertical, ce cisaillement, d'une part va se retourner sur la coupure, et d'autre part va donner un effort normal sur celle-ci.

Mais en raison de la longueur de régularisation importante dans le plan horizontal ($L_{Rh} = 5,00$ m), la prise en compte des charges réparties est significative.

Une dalle ayant une section pleine, son poids propre est important ($q = 0,168 \text{ MN/m}$). Cela conduit, en supposant par ailleurs une charge d'équipement de $0,055 \text{ MN/m}$, aux valeurs suivantes (valeurs ELU) :

$g = -0,565 \text{ MN}$ et $g' = -0,186 \text{ MN}$ D'où les valeurs de l'effort tranchant résultant correspondantes :

$$V_{SR} = -0,477 \text{ MN} \quad \text{à comparer avec } V_{SA} = 0,470 \text{ MN}$$

Dans le cas présent, l'effort tranchant dans la section de régularisation est de signe opposé à celui dans la section d'ancrage !

Le cisaillement équilibrant cet effort dans la section de régularisation (verticale) est donc de signe positif et le cisaillement horizontal correspondant est, lui aussi, de signe positif (voir le repère d'axes Fig. 39). Cela entraîne donc une traction sur les plans de coupure considérés.

Quant à l'action de l'effort tranchant vertical entraînant un cisaillement associé sur le plan de coupure τ_v^* il est déterminé, comme précédemment, avec une influence des charges réparties de moitié (de par leur bras de levier), d'où avec un effort équivalant $V_{SR2} = -0,101 \text{ MN}$.

Par ailleurs, on ne peut évidemment considérer sur une telle longueur que les câbles sont droits : il faut tenir compte de leur tracé courbe qui entraîne un effort réparti égal à F/r . Cet effort est de même nature que les charges de poids propre et d'équipements, il est donc à prendre en compte dans le calcul du cisaillement associé correspondant τ_v^* de la même manière, c'est-à-dire avec un bras de levier moitié de L_{Rh} . Dans cette dalle, les câbles sont au point bas à environ $9,7 \text{ m}$ de l'about. Ayant à l'origine une pente de $3,4^\circ$ vers le bas, ils se trouvent à $5,00 \text{ m}$ de cet about situés à $0,22 \text{ m}$ de l'intrados et ont alors une pente de $1,6^\circ$; le rayon de courbure est d'environ 165 m . La charge répartie correspondante est égale à $\frac{F}{r} = \frac{19,82}{165} = 0,12 \text{ MN/m}$. Cela entraîne un effort sur la longueur de régularisation égal à $n = 0,12 \times 5,00 = 0,60 \text{ MN}$ vers le haut.

Ça correspond évidemment à $Ft_R - Ft_A = -0,58 + 1,18 = 0,60 \text{ MN}$, différence des composantes verticales des câbles dans les deux sections S_A et S_R .

L'effort tranchant sur la section de régularisation vaut donc :

$$V_{SR} = R + Ft_A - (g+g') + n = 1,45 - 1,18 - (0,56+0,19) + 0,60 = 0,123 \text{ MN}$$

On détaille ci-après les calculs pour la section de coupure $t_c = -2,00$ (extrémité du plan incliné de "l'aile" de la dalle).

Epaisseur de la coupure $e(t) = 0,70 \text{ m}$ contrainte $\sigma_1 = \sigma_2 = 5,91 \text{ MPa}$

d'où un effort $X = 5,91 \times S = -5,61 \text{ MN}$ et donc $V_n^* = 5,61 \text{ MN}$. Avec une surface coupée de $0,70 \times 5,00 = 3,50 \text{ m}^2$, cela entraîne un cisaillement associé de $\tau_n^* = \frac{5,61}{3,50} = 1,60 \text{ MPa}$

Le moment statique de l'aire $B(t_i)$ par rapport à G_x vaut $S_{Gx} = 0,099 \text{ m}^3$. Le cisaillement horizontal en section S_R équilibrant l'effort V_{SR} vaut alors, à l'abscisse t_c :

$$\tau_{hv} = \frac{V_{SR}}{I_0} \times \frac{S_{Gx}}{e(z)} = \frac{0,123}{0,3357/2} \times \frac{0,099}{0,70} = -0,10 \text{ MPa}$$

La valeur de N^* est calculée à partir des caractéristiques de la surface $B(t_i)$ (voir figure ci-avant) :

$$N^* = \frac{V_{SR}}{I_{Gx}} (J_{xy} - x S_{Gx}) \quad \text{avec } J_{xy} \quad \text{inertie croisée de la surface } B(t_i) \text{ par rapport à } G_{xy}.$$

$$N^* = \frac{0,123}{0,3357/2} \times (0,4114 - 0,099 \times 3,00) = 0,733 \times 0,116 = 0,085 \text{ MN} \quad \text{et une contrainte correspondante } \sigma^* = 0,02 \text{ MPa}.$$

L'effet de V_{SR} en tant que cisaillement sur la coupure est donc calculé à partir de $V_{SR2} = R + Ft_A - (g+g') + n = 1,45 - 1,18 + (-0,56 - 0,19 + 0,60) = 0,199$ MN (prise en compte de g, g' et F/r avec un bras de levier divisé par 2).

$$\tau_v^* = \frac{0,199}{0,3357/2} \times \frac{0,099}{0,70} = 0,17 \text{ MPa}$$

En conséquence, le cisaillement associé total vaut $\tau^* = \tau_n^* + \tau_v^* = 1,60 + 0,17 = 1,77$ MPa et l'effort de cisaillement correspondant est égal à $V^* = 1,77 \times 3,50 = 6,19$ MN

On obtient alors $|V^*| - N^* = 6,19 - 0,18 = 6,11$ MN et $|\tau^*| - \sigma^* = 1,77 - 0,02 = 1,75$ MPa

Les calculs sur les autres coupures donnent les résultats suivants :

coupure	t_c (m)	τ_n^* (MPa)	τ_v^* (MPa)	τ^* (MPa)
	0,00	0,0	0,0	0,0
I	-2,00	+1,60	0,17	+1,77
II	-2,20	+1,64	0,14	+1,78
IV	-3,00	+1,17	0,10	+1,27
VI	-3,80	+0,70	0,06	+0,76
IX	-5,00	0,0	0,0	0,0

Cisaillement sur coupure

Contrainte normale sur coupure

t_c (m)	$-\tau_{hV}$ (MPa)	N^* (MN)	$e(t)$ (m)	σ^* (MPa)
0,00	0,0	0,0	0,25	0,0
-2,00	-0,10	0,08	0,70	0,02
-2,20	-0,08	0,10	0,80	0,02
-3,00	-0,06	0,15	0,80	0,04
-3,80	-0,04	0,18	0,80	0,04
-5,00	0,0	0,19	0,80	0,05

3.2.3 – Justifications des contraintes

Comme précédemment, les justifications sont récapitulées ci-dessous.

t_c (m)	τ^* (MPa)	V^* (MN)	N^* (MN)	$ V^* - N^*$ (MN)	$ \tau^* - \sigma^*$ (MPa)
0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
-2,00	+1,77	+6,19	0,08	6,11	1,75
-2,20	+1,78	+7,10	0,10	7,00	1,75
-3,00	+1,27	+5,07	0,15	4,93	1,23
-3,80	+0,76	+3,04	0,18	2,87	0,72
-5,00	0,0	0,0	0,19	-0,19	-0,05

On vérifie de même que $|\tau^*| - \sigma^* = 1,75 \text{ MPa} < f_{csd} = 2,70 \text{ MPa}$

NOTA : de même que pour la diffusion verticale, on a considéré globalement la réaction d'appui et les ancrages, sans distinguer de zone non arrosée par les appareils d'appui.

Effet des charges réparties

Il est intéressant d'examiner les conséquences liées au fait de négliger les charges réparties entre S_A et S_R . Dans cette hypothèse, la valeur de l'effort tranchant s'établit alors à $V_{SR} = V_{SA} = 0,274$ MN. Le calcul sur la coupure située à $t_c = -2,20$ aboutit aux valeurs suivantes :

t_c (m)	τ_n^* (MPa)	τ_v^* (MPa)	τ^* (MPa)	V^* (MN)	N^* (MN)	σ^* (MPa)	$ V^* - N^*$ (MN)	$ \tau^* - \sigma^*$ (MPa)
-2,20	+1,37	0,32	+1,69	6,75	0,38	0,09	6,37	1,59

On peut remarquer que les écarts sont extrêmement faibles, du fait du tracé des câbles : ceux-ci compensent, par leur courbure, presque exactement la charge de poids propre de la dalle et celle d'équipements. Il faut ici rappeler que, dans ce type d'ouvrage, on s'efforce de réaliser un tracé des câbles généralement concordant, c'est-à-dire équilibrant justement les charges permanentes.

On peut donc, dans le cas de tels tracés, négliger sans risque les effets de toutes les charges réparties entre les deux sections S_A et S_R . Cela simplifie sensiblement le calcul. Evidemment, on ne pourrait le faire dans le cas où le tracé des câbles s'écarterait notablement d'un tracé concordant.

3.2.4 – Armatures d'équilibre général

On calcule les armatures comme précédemment (maximum sur coupure à $t_c = -2,20$ m).

$$A_{sc,red} = \frac{|V^*| - N^*}{f_{yd}} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{|\tau^*| - \sigma^*}{f_{csd}}} \right) = \frac{7,00}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{1,75}{2,7}} \right) = 210,2 \times 0,84 = 177,41 \text{ cm}^2$$

Cette section est à répartir sur les 2/3 de la longueur de régularisation, soit 3,333 m.

3.2.5 – Répartition des armatures

Comme pour la diffusion dans le plan vertical, on retrouve les différentes zones de ferrailage :

On doit disposer (§ 2.1) les armatures de première zone $A_e = 9,77 \text{ cm}^2$ sur une longueur de $1,2 c = 0,48$ m. Dans ce plan d'étude, il n'y a qu'une seule ligne d'ancrages, donc une seule section à comptabiliser. Cela conduit à une densité de $20 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Les armatures de diffusion sont réparties avec un minimum de $2/3 A_{sc}$ placées sur une longueur de $L_R/3$, ou A_{sc} sur $2/3 L_R$.

En conséquence, on répartira l'ensemble de manière homogène les armatures de diffusion de cette première partie ($2/3 A_{sc}$) sur la longueur de 1,67 m, soit $118,27 \text{ cm}^2$ correspondant à $71 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Cela signifie qu'il faut disposer :

dans le premier tiers de la longueur de régularisation $118,27 \text{ cm}^2$;

puis, dans le deuxième tiers, on disposera $1/3 A_{sc} = 59 \text{ cm}^2$ sur 1,67 m, soit une densité de $35 \text{ cm}^2/\text{m}$;

Récapitulation :	
première zone et diffusion	$A_{sc} = 118,27 \text{ cm}^2 \text{ sur } 1,67 \text{ m}$
diffusion	$A_{sc} = 59,14 \text{ cm}^2 \text{ sur } 1,67 \text{ m}$

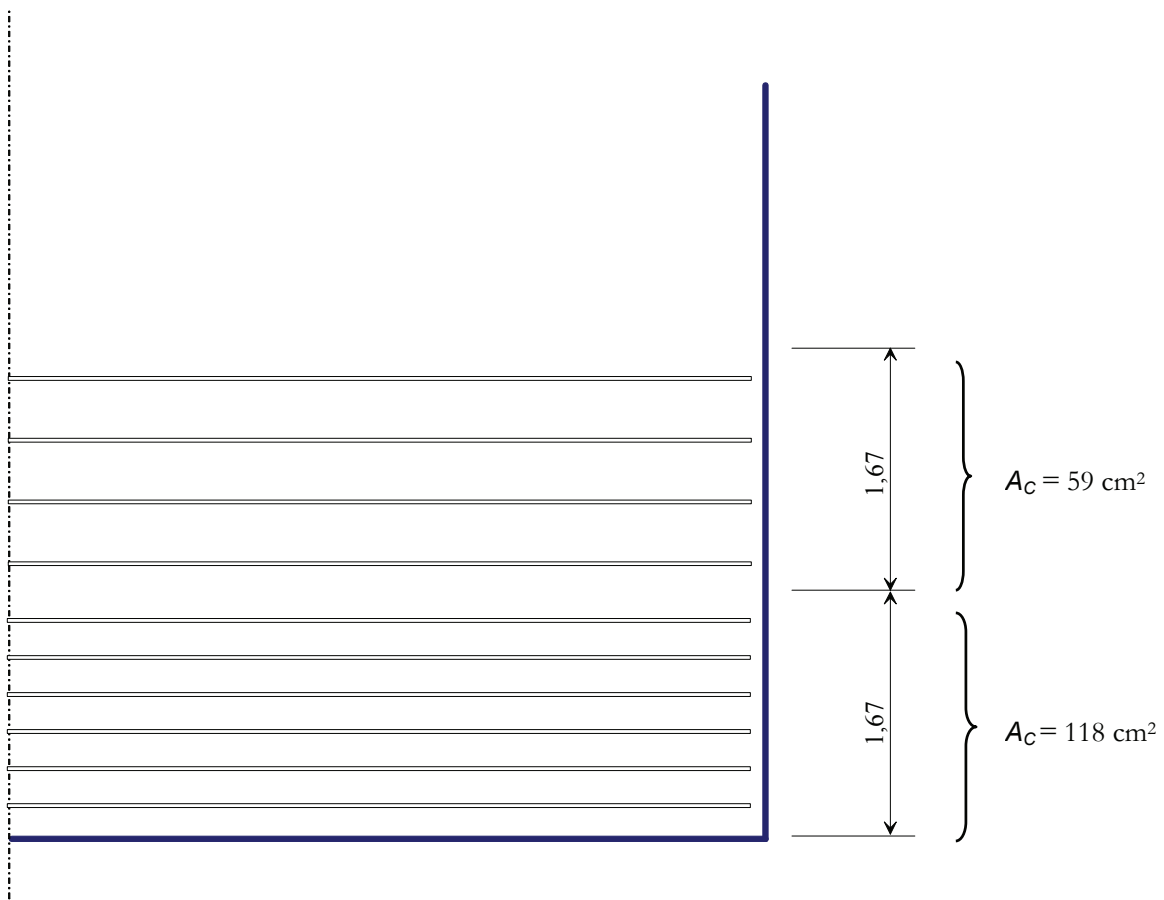
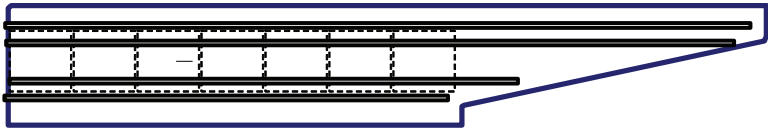


Fig. 40 - Répartition du ferrailage horizontal – dalle pleine

B – Ancrages en deux lignes

2 – Diffusion dans le plan vertical

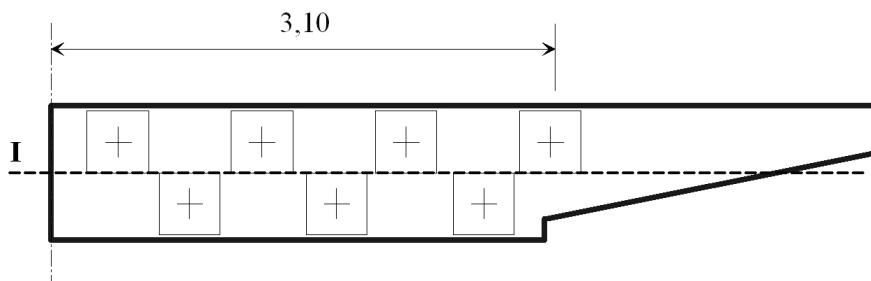


Fig. 41 - Répartition des ancrages en deux lignes – dalle pleine

2.1 – Prisme local

Les armatures du bloc d'impact sont les mêmes que précédemment ($A_e = 9,77 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Effet de l'excentricité

Mais il faut également considérer, dans cette zone, l'effet de l'excentricité des câbles, excentricité maximum de par la disposition envisagée.

Câbles supérieurs : ancrés à 0,20 m de l'extrados ; inclinaison d'environ $5,8^\circ$ vers le bas.

Câbles inférieurs : ancrés à 0,20 m de l'intrados ; inclinaison d'environ 1° vers le bas.

- **câble supérieur**, incliné à l'opposé de la paroi

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{z\left(\frac{3}{h} + \frac{1}{c}\right)}} = \sqrt{\frac{2}{0,20\left(\frac{3}{0,80} + \frac{1}{0,40}\right)}} = 1,295 \text{ d'où un effort de } (1,265 \times 0,15) F = 0,190 \times F \text{ soit un effort}$$

à reprendre de $0,190 \times 2,83 = 0,54 \text{ MN}$. La section vaut donc $A_e = \frac{0,54}{435} = 12,35 \text{ cm}^2$ par ancrage.

- **câble inférieur**, orienté vers la paroi $\xi = 1,265$, complété par l'influence de l'inclinaison :

$$(\xi - 1) \sin \alpha = 0,265 \times 0,017 = 0,005 \text{ soit un effort total égal à :}$$

$$[(1,265 \times 0,15) + 0,015] F = 0,194 \times F$$

L'effort à reprendre vaut $0,194 \times 2,83 = 0,55 \text{ MN}$ par câble. Cela conduit à une section de $A_e = \frac{0,55}{435} = 12,66 \text{ cm}^2$ par ancrage.

2.2 – Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion

On considère la même tranche comprise entre S_A et S_R de hauteur $H = 0,80 \text{ m}$.

$$\text{La longueur de régularisation est égale à : } L_{rv} = \max \left\{ \begin{array}{l} H - d = 0,80 - 0,80 = 0 \text{ m} \\ H/2 = 0,40 \text{ m} \end{array} \right\} = 0,40 \text{ m}$$

2.2.1 – Détermination des contraintes normales isostatiques selon la RdM dues à l'effort concentré appliqué dans S_A

La tension dans chaque câble est prise égale à 2,83 MN. L'effort total sur la demi-section est de 19,82 MN.

La répartition des câbles conduit à une légère excentricité. Le diagramme de contraintes normales est le suivant (la contrainte moyenne restant bien à 5,91 MPa) :

$$\sigma_{\text{sup}} = 5,35 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{inf}} = 6,57 \text{ MPa}$$

2.2.2 – Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement sous diffusion

Compte tenu des dimensions des rectangles d'impact, il reste un seul plan de coupure, situé au milieu de la dalle. Pour les calculs, on dispose de plans de coupure intermédiaires passant à l'intérieur du rectangle d'impact. Les niveaux de coupures sont donc :

t_c (m)	Désignation	Demi-largeur coupée (m)
0	extrados du tablier	5,00
-0,16	<i>(pas significatif car dans le rectangle d'impact)</i>	5,00
-0,25	bord inférieur de l'encorbellement	5,00
-0,35	pas significatif	4,556
-0,40	plan situé entre les rectangles d'impact	4,333
-0,56	<i>pas significatif</i>	3,634
-0,65	<i>idem</i>	3,222
-0,70	<i>idem</i>	3,00
-0,80	intrados du tablier	3,00

Le calcul des efforts sur les coupures donne :

t_c (m)	$e(t)$ (m)	σ (MPa)	X (MN)	V_n^* (MN)
0,00	5,00	5,35	0	0
-0,16	5,00	5,60	-4,41	-0,13
-0,40	5,00	5,96	-11,02	-0,25
-0,56	3,63	6,20	-14,85	0,22
-0,80	3,00	6,57	-19,76	0

2.2.3 – Détermination des contraintes dues à l'effort tranchant (réaction d'appui et composante verticale des câbles)

La réaction d'appui vaut $R = 1,45$ MN.

Les câbles supérieurs sont inclinés à environ 5,8° vers le bas, et les câbles inférieurs à 1°, d'où une composante verticale de -1,29 MN. Cela conduit à un effort résultant de $V = 0,157$ MN (vers le haut).

On aboutit au tableau récapitulatif des cisaillements suivant :

On constate bien que le cisaillement obtenu est extrêmement faible du fait de la répartition des ancrages sur deux lignes.

t_c (m)	τ_n^* (MPa)	τ_v^* (MPa)	τ^* (MPa)
0,00	0	0,0	0
-0,16	-0,06	+0,04	-+0,02
-0,40	-0,14	+0,06	-0,08
-0,56	+0,15	+0,06	+0,21
-0,80	0	0,0	0

Pour l'effort normal sur la coupure, on obtient :

t_c (m)	$-\tau_R$ (MPa)	N^* (MN)	$e(t)$ (m)	σ^* (MPa)
0,00	0,0	0	5,00	0
-0,16	-0,04	0,48	5,00	0,24
-0,40	-0,07	1,23	4,33	0,71
-0,56	-0,06	1,33	3,63	0,20
-0,80	0,0	1,45	3,00	1,21

Et enfin,

(noter que V^* est évidemment différent de V_n^*)

t_c (m)	V^* (MN)	N^* (MN)	$ V^* - N^*$ (MN)	$ \tau^* - \sigma^*$ (MPa)
0,00	0	0	0	0
-0,16	-0,05	0,48	-0,43	-0,22
-0,40	-0,13	1,23	-1,10	-0,63
-0,56	0,31	1,33	-1,02	-0,70
-0,80	0	1,45	-1,45	-1,21

2.2.4 – Justifications des contraintes et armatures d'équilibre général

Comme on l'a vu dans le tableau précédent, il n'y a aucun problème de vérification de contrainte, la bonne répartition des ancrages conduisant à des valeurs très faibles du cisaillement lui-même, et la combinaison $|\tau^*| - \sigma^*$ aboutissant à des valeurs négatives.

Les armatures d'équilibre général en découlent, la valeur de $|V^*| - N^*$ étant également négative, leur section est nulle : $A_{sc} \equiv 0$.

Ainsi est démontré que, du point de vue de la diffusion dans le plan vertical, la répartition sur deux lignes d'ancrages est, de loin, la plus satisfaisante.

2.2.5 – Répartition des armatures

On dispose les armatures de première zone $A_e = 7 \times 12,35 = 86,45 \text{ cm}^2$ (pour un demi-tablier) sur une longueur de $1,2 c = 0,48 \text{ m}$.

Pour rappel, la longueur de ce bloc d'impact est supérieure à celle de la longueur de répartition des armatures $2/3 L_R$.

On retrouve donc exactement le même ferrailage que dans le cas de la ligne unique d'ancrages.

3 – Diffusion dans le plan horizontal

3.1 – Prisme local

Comme précédemment, les armatures de première zone du bloc d'impact sont égales à : $A_e = 9,77 \text{ cm}^2$ réparties sur 0,48 m, et il n'y a pas d'influence de l'excentricité du fait de l'éloignement des ancrages du bord du tablier.

3.2 – Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion

3.2.1 – Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement

Les positions des câbles, transversalement, sont les suivantes (par rapport à l'axe) :

- câbles supérieurs 0,40 – 1,30 – 2,20 – 3,10 m
- câbles inférieurs 0,85 – 1,75 – 2,65 m

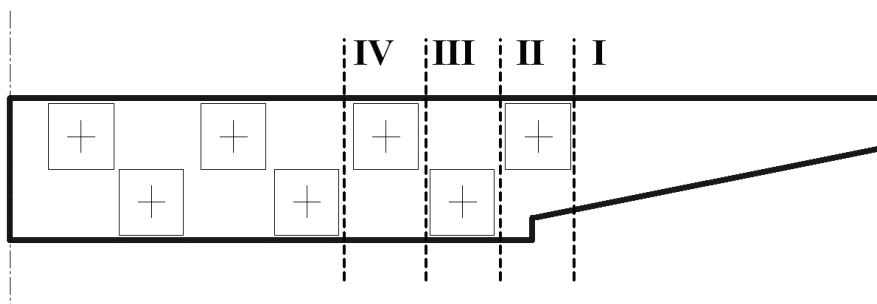


Fig. 42 - Ancrages en deux lignes – coupures verticales - dalle pleine

On remarque que les ancrages sont légèrement plus étalés que dans le cas de la ligne unique (premier ancrage à 0,40 m de l'axe au lieu de 0,20 m). On verra plus loin les différences auxquelles cela conduit.

Les coupures sont, en conséquence :

y (m)	Désignation	largeur coupée (m)
0	axe du tablier	0,80
0,20	bord d'ancrage	0,80
0,60	plan intermédiaire entre ancrages	0,80
1,10	id	0,80
1,50	id	0,80
2,00	id	0,80
2,40	id	0,80
2,90	id	0,80
3,00	bas de l'aile du tablier (simple repère)	0,70
3,30	bord du bloc de référence le plus extérieur	0,63
5,00	bord du tablier	0,25

Le tableau suivant donne le cisaillement calculé sur les coupures verticales :

coupure	y (m)	t_c (m)	$e(t)$ (m)	σ_{sup} (MPa)	σ_{inf} (MPa)	V_n^* (MN)
	5,00	0,00	0,25	5,35	5,73	0
I	3,30	-1,70	0,633	5,35	6,32	+4,28
II	2,90	-2,10	0,80	5,35	6,57	+3,11
III	2,40	-2,60	0,80	5,35	6,57	+2,67
V	1,50	-3,50	0,80	5,35	6,57	+1,31
VII	0,60	-4,40	0,80	5,35	6,57	-0,04
IX	0,00	-5,00	0,80	5,35	6,57	0

3.2.2 – Détermination des contraintes dues à l'effort tranchant (réaction d'appui, composante verticale des câbles et charges réparties)

Comme précédemment, on calcule les cisaillements horizontaux entraînant un cisaillement complémentaire sur les coupures verticales ainsi qu'un effort normal (calculs effectués en prenant en compte toutes les charges intermédiaires comme dans le cas d'une seule ligne d'ancrage). Du fait d'une valeur de la composante des câbles légèrement différente ($Ft_A = 1,29$ MN), la valeur de l'effort tranchant à prendre en compte vaut alors $V_{SR} = 0,006$ MN.

coupure	t_c (m)	τ_n^* (MPa)	τ_v^* (MPa)	τ^* (MPa)	N^* (MN)	σ^* (MPa)
	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
I	-1,70	+1,35	0,07	+1,42	0,0	0,0
II	-2,10	+0,77	0,06	+0,83	0,01	0,0
III	-2,60	+0,66	0,05	+0,71	0,01	0,0
V	-3,50	+0,33	0,03	+0,36	0,01	0,0
VII	-4,40	-0,01	0,01	+0,0	0,01	0,0
IX	-5,00	0,0	0,0	0,0	0,01	0,0

3.2.3 – Justifications des contraintes

De même que précédemment, les justifications sont récapitulées ci-dessous.

t_c (m)	V^* (MN)	N^* (MN)	$ V^* - N^*$ (MN)	$ \tau^* - \sigma^*$ (MPa)
0,00	0	0,0	0,0	0,0
-1,70	+4,51	0,0	4,51	1,42
-2,10	+3,35	0,01	3,34	0,83
-2,60	+2,86	0,01	2,85	0,71
-3,50	+1,43	0,01	1,42	0,36
-4,40	+0,0	0,01	-0,01	0,0
-5,00	0,0	0,01	-0,01	0,0

On vérifie que $|\tau^*| - \sigma^* = 1,42$ MPa $< f_{csd} = 2,70$ MPa. La contrainte est sensiblement plus faible que pour une ligne d'ancrages (1,75 MPa), due au fait que l'on a étalé un peu plus les ancrages dans ce cas ci.

3.2.4 – Armatures d'équilibre général

On calcule les armatures comme précédemment (maximum sur coupure à $t_c = 1,70$ m).

$$A_{sc,red} = \frac{4,51}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{1,42}{2,7}} \right) = 103,8 \times 0,78 = 81,01 \text{ cm}^2.$$

Cette section est à répartir sur les 2/3 de la longueur de régularisation, soit 3,333 m.

3.2.5 – Répartition des armatures

On répartit ainsi le ferrailage :

Armatures de première zone $A_e = 9,77 \text{ cm}^2$ sur une longueur de $1,2 c = 0,48$ m.

Les armatures de diffusion sont réparties avec un minimum de $2/3 A_{sc}$ placées sur une longueur de $L_R/3$, ou A_{sc} sur $2/3 L_R$.

Ici $(2/3 A_{sc} - A_e) = 2/3 \times 81,01 - 9,77 = 54,01 - 9,77 = 44,24 \text{ cm}^2$ (longueur 1,19 m, d'où une densité de $37 \text{ cm}^2/\text{m}$, nettement supérieure à celle du bloc d'impact ($22,14 \text{ cm}^2/\text{m}$)).

En conséquence, on répartira l'ensemble des armatures de diffusion de cette première zone ($2/3 A_{sc}$) sur cette longueur, c'est-à-dire $54,01 \text{ cm}^2$ sur 1,67 m, soit $32 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Cela signifie qu'il faut disposer :

dans le premier tiers de la longueur de régularisation $54,01 \text{ cm}^2$;

puis, dans le deuxième tiers, on disposera $1/3 A_{sc} = 27,0 \text{ cm}^2$ sur 1,67 m, soit une densité de $16 \text{ cm}^2/\text{m}$;

Récapitulation :

première zone	et diffusion	$A_c = 54,01 \text{ cm}^2$ sur 1,67 m
diffusion		$A_c = 27,0 \text{ cm}^2$ sur 1,67 m

3.2.6 – Comparaison avec une seule ligne d'ancrages

En fait, les écarts par rapport à l'implantation sur une seule ligne sont liés à un plus grand étalement des ancrages dans le plan horizontal (l'ancrage extérieur est à 3,10 m de l'axe contre 2,60 m dans le cas d'une seule ligne d'ancrages). Dans ces conditions, on constate que le cisaillement $|\tau^*| - \sigma^*$ passe de 1,75 MPa à 1,42 MPa et que les armatures d'équilibre général A_{sc} sont réduites de 114 cm^2 à 81 cm^2 .

Mais si l'on reprend strictement la même implantation dans le plan horizontal (ancrage extérieur à 2,60 m de l'axe), on aboutit à des valeurs proches de celles sur une seule ligne, montrant que c'est bien **l'étalement des ancrages** qui permet la réduction d'effort, et surtout d'armatures, correspondantes :

$$|\tau^*| - \sigma^* = 1,54 \text{ MPa au maximum (sur une coupure différente)}$$

$$A_{sc} = 113 \text{ cm}^2$$

Dalle nervurée précontrainte à larges encorbellements

1 – Données générales

L'ouvrage considéré est un PSIDP - dalle nervurée précontrainte – à deux travées de mêmes caractéristiques générales que la dalle précédente (hauteur 0,80 m ; largeur totale 10,00 m).

Caractéristiques de la section totale :

$$B = 6,22 \text{ m}^2$$

$$v = 0,354 \text{ m}$$

$$v' = 0,446 \text{ m}$$

$$I = 0,3309 \text{ m}^4$$

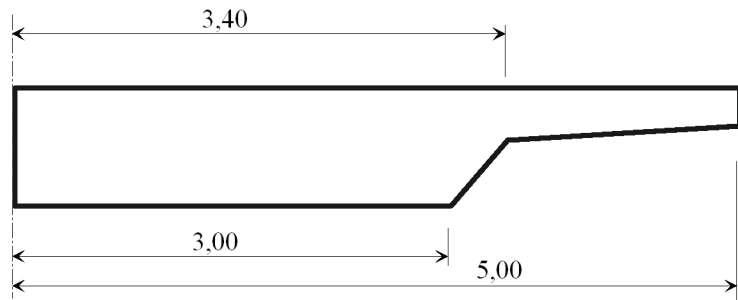


Fig. 43 - Dalle à encorbellement - géométrie

Toutes les autres caractéristiques sont identiques (câbles, béton, armatures passives), notamment :

$$f_{ck} = 35 \text{ MPa} \quad ; \quad f_{ctm} = 3,21 \text{ MPa}$$

et à 7 j $f_{cm}(t_0) = 35,2 \text{ MPa} ; \quad f_{ctm}(t_0) = 2,71 \text{ MPa}$

A – Ancrages en une ligne

2 – Diffusion dans le plan vertical

Comme dans le cas de la dalle pleine, la première configuration est la ligne unique d'ancrages.

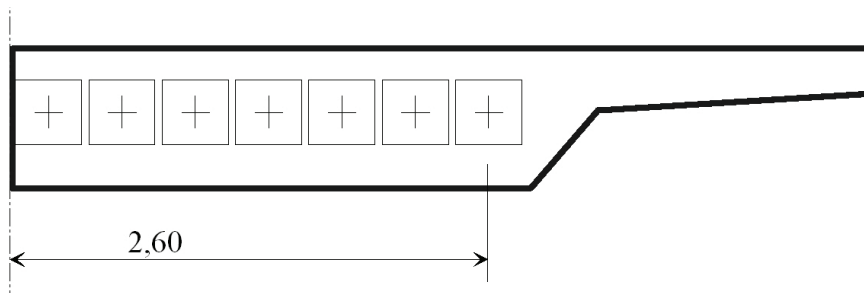


Fig. 44 - Dalle à encorbellement – répartition des ancrages en une ligne

On reprend les mêmes calculs détaillés de la première partie.

2.1 – Equilibre général de diffusion

La longueur de régularisation est égale à : $L_{Rv} = 0,40$ m (une seule ligne d'ancrages)

2.1.1 – Contraintes normales dues à l'effort concentré appliqué dans S_A

La tension dans chaque câble est prise égale à 2,36 MN. L'effort total sur la demi-section est $F_d = 19,82$ MN.

Pour une position identique des câbles, on obtient une légère excentricité du fait de la position différente du centre de gravité (contrainte moyenne égale à 6,36 MPa, mais $v = 0,354$ m au lieu de 0,349 m) :

$$\sigma_{sup} = 6,17 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{inf} = 6,61 \text{ MPa}$$

2.1.2 – Justification sous diffusion

La position des coupures est similaire, avec l'adjonction du point correspondant au gousset pour l'intégration des contraintes. Le résultat des cisaillements est donné dans le tableau ci-dessous (de manière à alléger la présentation, ne sont donnés que les résultats sur les plans de coupure valables).

t_c (m)	$e(t)$ (m)	σ (MPa)	X (MN)	V_n^* (MN)
-0,16	5,00	6,26	-4,94	+4,94
-0,56	3,21	6,48	-14,89	-4,90

Les cisaillements sont les suivants :

t_c (m)	τ_n^* (MPa)	τ_v^* (MPa)	τ^* (MPa)
-0,16	+2,47	0,07	+2,54
-0,56	-3,81	0,13	-3,68

L'effort normal sur les coupures est :

t_c (m)	$-\tau_R$ (MPa)	N^* (MN)	$e(t)$ (m)	σ^* (MPa)
-0,16	-0,07	0,04	5,00	0,02
-0,56	-0,13	1,41	3,21	1,10

D'où la justification résultante :

t_c (m)	τ^* (MPa)	V^* (MN)	N^* (MN)	$ V^* - N^*$ (MN)	$ \tau^* - \sigma^*$ (MPa)
-0,16	+2,54	5,08	0,04	5,05	2,52
-0,56	-3,68	-4,74	1,41	3,33	2,59

On vérifie bien que $|\tau^*| - \sigma^* = 2,59 \text{ MPa} < f_{csd} = 2,70 \text{ MPa}$

On remarque, cette fois encore, que la répartition sur une seule ligne d'ancrage est toujours aussi néfaste vis-à-vis des cisaillements en particulier.

2.1.3 – Armatures d'équilibre général

On calcule les armatures d'équilibre général :

$A_{sc,red} = \frac{5,05}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{2,52}{2,7}} \right) = 116,2 \times 0,97 = 113,07 \text{ cm}^2$ pour le demi-tablier. C'est peu différent de la dalle pleine : $A_{sc} = 105,65 \text{ cm}^2$.

Les dispositions d'armatures sont donc tout à fait semblables à celles de la dalle pleine.

B – Ancrages en deux lignes

Les ancrages sont situés sur deux lignes placées à 0,20 m de l'intrados ou de l'extrados, soit un entraxe de 0,40 m. La ligne supérieure comporte 4 câbles et la ligne inférieure 3 câbles (voir schéma ci-contre, les carrés représentent les blocs de référence de 0,40 m de côté).

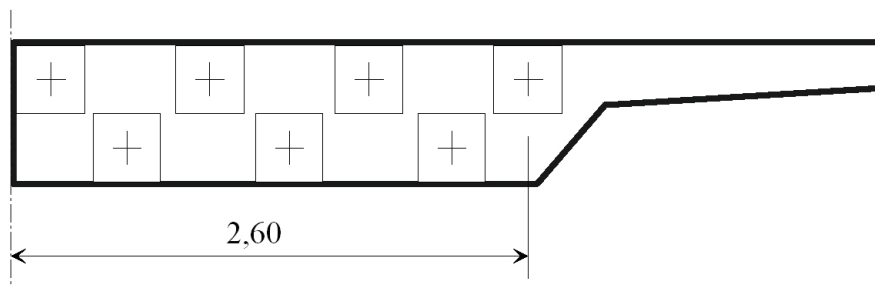


Fig. 45 - Dalle à encorbellement – répartition des ancrages en deux lignes

2 - Diffusion dans le plan vertical

La longueur de régularisation est égale à $L_{RV} = 0,40$ m

Les aciers de première zone, prenant en compte l'excentricité des ancrages sont les mêmes que pour la dalle pleine : section de $A_e = \frac{0,43}{435} = 9,77$ cm² par ancrage.

La répartition des câbles conduit à une certaine excentricité. Le diagramme de contraintes normales est le suivant (la contrainte moyenne est toujours à 6,36 MPa) :

$$\sigma_{\text{sup}} = 5,61 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{inf}} = 7,29 \text{ MPa}$$

On récapitule ci-dessous les calculs correspondant à cette dalle nervurée.

t_c (m)	Désignation	Demi-largeur coupée (m)
0	extrados du tablier	5,00
-0,25	bord inférieur de l'encorbellement	5,00
-0,35	pas significatif	3,400
-0,40	plan situé entre les rectangles d'impact	3,356
-0,65	pas significatif	3,133
-0,70	idem	3,089
-0,80	intrados du tablier	3,00

Le calcul des efforts sur les coupures donne :

t_c (m)	$e(t)$ (m)	σ (MPa)	X (MN)	V_n^* (MN)
0,00	5,000	5,61	0	0
-0,40	3,356	6,45	-11,04	-0,23
-0,80	3,000	7,29	-19,76	0

La réaction d'appui valant toujours $R = 1,45$ MN, et l'effort tranchant résultant est de 0,37 MN (vers le haut).

On aboutit au tableau récapitulatif des cisaillements suivant :

t_c (m)	τ_n^* (MPa)	τ_v^* (MPa)	τ^* (MPa)
0,00	0	0,0	0
-0,40	-0,17	+0,09	-0,08
-0,80	0	0,0	0

Effort normal sur la coupure :

t_c (m)	$-\tau_R$ (MPa)	N^* (MN)	$e(t)$ (m)	σ^* (MPa)
0,00	0,0	0	5,00	0
-0,40	-0,09	1,23	3,356	0,92
-0,80	0,0	1,45	3,00	1,45

Et enfin,

t_c (m)	τ^* (MPa)	V^* (MN)	N^* (MN)	$ V^* - N^*$ (MN)	$ \tau^* - \sigma^*$ (MPa)
0,00	0	0	0	0	0
-0,40	-0,08	-0,11	1,23	-1,12	-0,83
-0,80	0	0	1,45	-1,45	0,0

Comme dans le cas de la dalle pleine, les contraintes auxquelles on aboutit étant négatives, les sections d'armatures correspondantes sont nulles.

Il n'y a donc qu'à disposer les armatures de première zone $A_e = 7 \times 9,77 = 68,36$ cm² (pour un demi-tablier) sur une longueur de $1,2c = 0,48$ m (supérieure à la longueur de répartition des armatures $2/3 L_R$).

3 - Diffusion dans le plan horizontal

Les armatures de première zone dans ce plan sont les mêmes que pour la dalle pleine, à savoir $A_e = 9,77$ cm² réparties sur 0,48 m, sans influence de l'excentricité du fait de l'éloignement par rapport aux parois.

En reprenant la même disposition des ancrages, répartis horizontalement sur 2,60 m comme pour la dalle pleine, on aboutit aux résultats suivants :

y (m)	t_c	Désignation	largeur coupée (m)
0	-5,00	axe du tablier	0,80
0,40	-4,60	plan intermédiaire entre ancrages	0,80
...			
2,80	-2,20	bord de bloc d'impact extrême	0,80
3,00	-2,00	bas de la dalle	0,80
3,40	-1,60	limite de l'encorbellement (repère)	0,35
5,00	0,0	bord du tablier	0,25

D'où les contraintes et efforts V^* sur les coupures essentielles.

t_c (m)	$e(t)$ (m)	σ_{sup} (MPa)	σ_{inf} (MPa)	V_n^* (MN)
0,00	0,25	5,61	6,14	0
-1,60	0,35	5,61	6,35	+2,85
-2,20	0,80	5,61	7,29	+5,32
-5,00	0,80	5,61	7,29	0

Contraintes et efforts N^* sur les coupures.

t_c (m)	τ_n^* (MPa)	τ_v^* (MPa)	τ^* (MPa)	N^* (MN)	σ^* (MPa)
0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
-1,60	+1,63	+0,17	1,80	0,02	0,01
-2,20	+1,32	+0,08	1,40	0,04	0,01
-5,00	0,0	0,0	0,0	0,08	0,02

Et les contraintes résultantes.

t_c (m)	τ^* (MPa)	V^* (MN)	N^* (MN)	$ V^* - N^*$ (MN)	$ \tau^* - \sigma^*$ (MPa)
0,00	0,0	0	0,0	0,0	0,0
-1,60	1,80	3,14	0,02	3,12	1,79
-2,20	1,40	5,63	0,04	5,59	1,40
-5,00	0,0	0	0,08	-0,08	-0,02

On calcule les armatures de diffusion comme précédemment (maximum sur coupure à $t_c = 2,20$ m).

$$A_{sc,red} = \frac{5,59}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{1,40}{2,7}} \right) = 128,5 \times 0,78 = 99,76 \text{ cm}^2$$

ce qui est à comparer avec les 113 cm² de la dalle pleine.

Cette section est à répartir sur les 2/3 de la longueur de régularisation, soit 3,333 m.

Cas d'un voussoir sur culée



Voussoir sur culée

1 – Données générales

L'ouvrage considéré est un pont en caisson dont on étudie le voussoir sur culée. Le caisson a 11,03 m de largeur et 2,30 m de hauteur (cf. Fig. 46).

A la mise en tension, ce voussoir est précontraint par 6 câbles par demi-section.

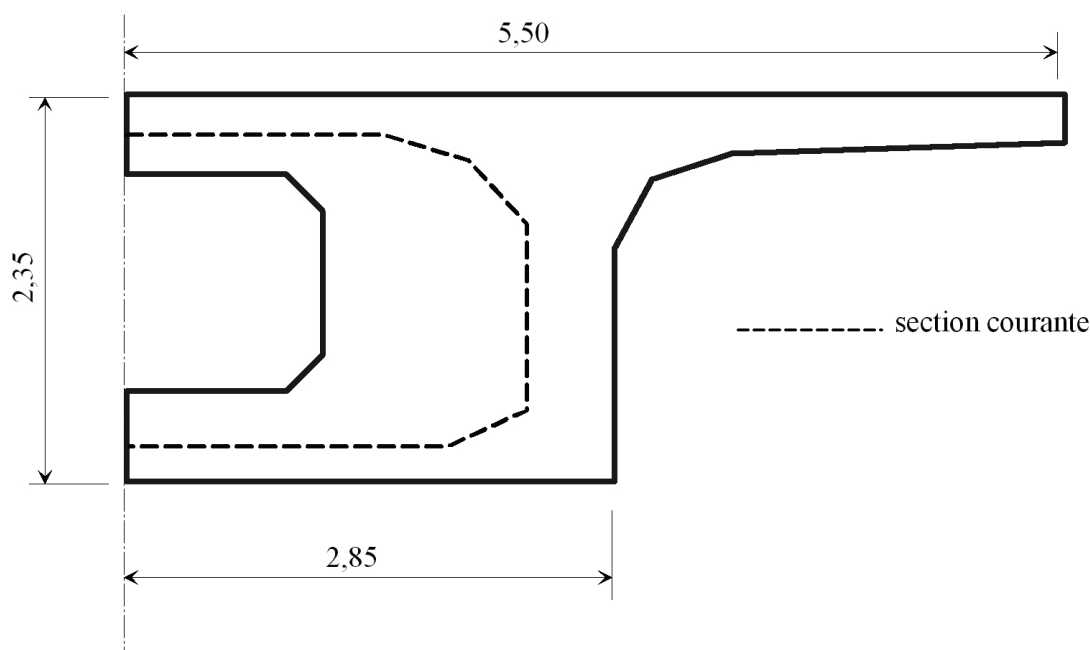


Fig. 46 - Voussoir sur culée – géométrie

1.1 – Caractéristiques de la section totale

Caractéristiques de la section courante (âmes de 0,46 m d'épaisseur) :

$$\begin{aligned}
 B &= 6,470 \quad \text{m}^2 \\
 v &= 0,876 \quad \text{m} \\
 v' &= 1,424 \quad \text{m} \\
 I &= 4,7617 \quad \text{m}^4
 \end{aligned}$$

A l'extrémité de l'ouvrage, le voussoir sur culée comporte un épaissement des âmes (portées à 1,70 m) destiné principalement à ancrer les câbles, et des traverses supérieure et inférieure reprenant les efforts de flexion locale. Ces renforcements règnent sur une longueur de 2,50 m. Ils conduisent aux caractéristiques suivantes :

$$\begin{aligned}
 B &= 12,101 \quad \text{m}^2 \\
 v &= 1,030 \quad \text{m} \\
 v' &= 1,270 \quad \text{m} \\
 I &= 6,9155 \quad \text{m}^4
 \end{aligned}$$

1.2 – Caractéristiques béton et armatures passives

Les **résistances du béton** sont présumées être :

- à 28 jours (caractéristique) : $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$; $f_{ctm} = 3,21 \text{ MPa}$

La mise en tension des câbles est effectuée à 28 jours. D'où la valeur de $f_{ctk0,05}(t_0) = 2,25 \text{ MPa}$ et une contrainte limite de calcul $f_{csd} = 2,70 \text{ MPa}$.

Les aciers passifs sont des Fe 500, soit $f_e = 500 \text{ MPa}$. La contrainte limite de calcul est donc $f_{yd} = f_e/1,15 = 435 \text{ MPa}$.

1.3 – Précontrainte

La précontrainte est constituée de 3 câbles 19T15S et 3 câbles de 12T15S, de classe 1860 ancrés en extrémité de tablier.

Les plaques d'ancrage mesurent respectivement 0,30 m et 0,25 m.

On étudie la mise en tension des câbles avec les valeurs suivantes (au voisinage de S_A) :

$P_m = 4,24 \text{ MN}$ câbles 19T15 (toutes pertes faites, à la mise en tension)

$P_m = 4,00 \text{ MN}$ câbles 19T15 (toutes pertes faites, à t_∞)

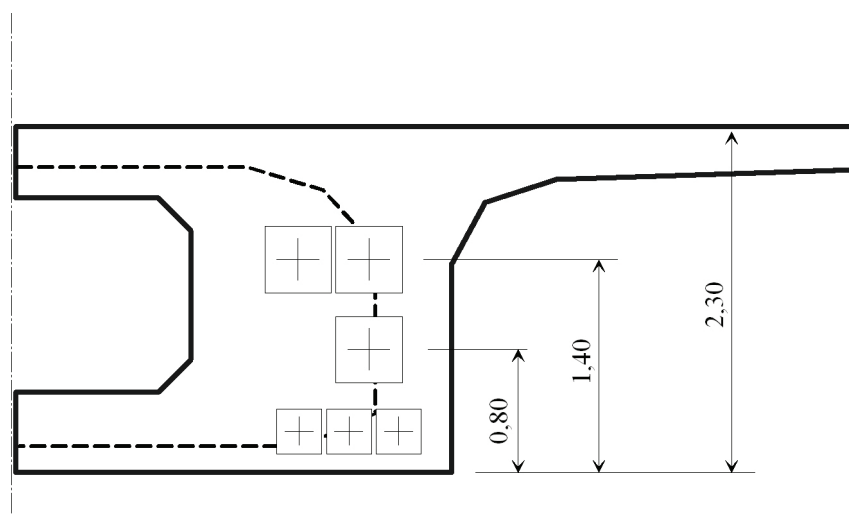
$P_m = 2,29 \text{ MN}$ câbles 12T15 (toutes pertes faites, à t_∞)

2 – Diffusion dans le plan vertical

On reprend les principes déjà décrits de la "diffusion globale" prenant en compte la réaction d'appui, la composante verticale due à l'inclinaison des câbles et les charges permanentes de la poutre (poids propre g et équipements g').

On néglige les effets du tracé des câbles entre les deux sections S_A et S_R : du fait de l'absence de courbure, il n'y a pas d'effort correspondant réparti F/r .

Les ancrages sont situés selon le schéma 47 ci-après :



Câble	Position / base en S_A	Pente
1	1,40 m	- 3,5 °
2	0,80 m	- 1,6 °
3	0,32 m	- 5,1 °

Fig. 47 - Voussoir sur culée – position des ancrages

Les blocs d'impact font 0,45 m de côté pour les 19T15 et 0,33 m pour les 12T15 (dimensionnés en 2.1).

La longueur de régularisation est égale à (d = distance entre bords des blocs d'impact) :

$$L_{Rv} = \max \left\{ \begin{array}{l} H-d = 2,30 - 1,35 = 0,95 \text{ m} \\ H/2 = 1,15 \text{ m} \end{array} \right\} = 1,15 \text{ m}$$

En conséquence, cette longueur étant inférieure à celle du renforcement du VSC, le calcul de la diffusion dans le plan vertical s'effectue sur la section **massive**.

2.1 – Prisme local

• **Câbles 19T15** Le rectangle d'impact a pour dimensions : $c \times c' = 0,45 \times 0,45$ m

on vérifie que $\frac{4,24}{0,45 \times 0,45} = 20,9 \text{ MPa} \approx 0,6 f_{ck}(t_0) = 0,6 \times 35 \text{ MPa}$

Il règne sur une longueur de $1,2 c$ soit $1,2 \times 0,45 = 0,54$ m.

Sur cette longueur, il faut disposer des armatures reprenant $0,15 F_d$, soit :

$0,15 F_d = 0,15 \times (1,2 \times 4,24) = 0,76 \text{ MN}$ d'où une section d'acier de

$$A_e = \frac{0,15 F_d}{f_{yd}} = \frac{0,76}{435} = 17,55 \text{ cm}^2 \text{ par ancrage 19T15}$$

Ces aciers doivent être continus sur la hauteur de l'ouvrage et seront alors comptabilisés dans les aciers de diffusion générale (voir ci-après).

Effet de l'excentricité

On étudie l'influence de l'excentricité de la position des câbles par rapport au milieu de la poutre-caisson considérée.

Les câbles supérieurs sont ancrés à 0,90 m de l'extrados. Leur inclinaison est d'environ $3,5^\circ$ vers le bas.

$$\text{d'où } \xi = \frac{2}{z \left(\frac{3}{H} + \frac{1}{c} \right)} = \frac{2}{0,90 \left(\frac{3}{2,30} + \frac{1}{0,45} \right)} = 0,794 \text{ inférieur à } 1.$$

L'effort est donc conservé avec le minimum de $0,15 F_d = 0,76 \text{ MN}$.

• Câbles inférieurs 12T15

Le rectangle d'impact est de 0,33 m de côté. La longueur du bloc d'impact est de $1,2 \times 0,33 = 0,40$ m.

Ils sont situés à 0,32 m de l'intrados. Et ces câbles sont dirigés vers le bas selon un angle de $5,1^\circ$ vers la paroi. Le

coefficient ξ vaut alors $\xi = \frac{2}{0,32 \left(\frac{3}{2,30} + \frac{1}{0,33} \right)} = 1,205$

L'inclinaison en direction de la paroi rajoute : $(\xi - 1) \sin \alpha = (1,205 - 1) \times \sin 5,1 = 0,20 \times 0,09 = 0,018$

D'où une valeur de l'effort à reprendre égale à : $(0,15 \times 1,205 + 0,018) F_d = 0,199 F_d = 0,199 \times (1,2 \times 2,29) = 0,55 \text{ MN}$ soit $A_e = 12,57 \text{ cm}^2$

En conclusion, la section à mettre dans ce bloc d'impact vaut $12,57 \text{ cm}^2$ par ancrage 12T15.

2.2 – Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion

On considère la tranche comprise entre S_A et S_R comme un bloc indéformable d'axe Ot et de hauteur $H = 2,30$ m.

2.2.1 – Détermination des contraintes normales isostatiques selon la RdM dues à l'effort concentré appliqué dans S_A

L'ouvrage étant parfaitement symétrique, on effectue le calcul sur une demi-section. La somme des efforts sur une demi-section est de $F_d = 1,2 \times 19,11 = 22,93$ MN.

L'excentricité résultante des câbles est de $-0,38$ m. Le diagramme de contraintes normales est donc :

$$\sigma_{\text{sup}} = 1,17 \text{ MPa} \quad \text{et} \quad \sigma_{\text{inf}} = 7,00 \text{ MPa} \quad \text{avec} \quad \sigma_{\text{moy}} = 3,78 \text{ MPa} \quad (\text{sur section massive})$$

2.2.2 – Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement sous diffusion

On effectue les coupures horizontales aux bords des rectangles d'impact et aux points remarquables que constituent les changements de forme. En revanche, on ne considère pas les résultats sur les coupures passant à l'intérieur d'un rectangle d'impact ou dans un hourdis. Les niveaux de coupures sont donc :

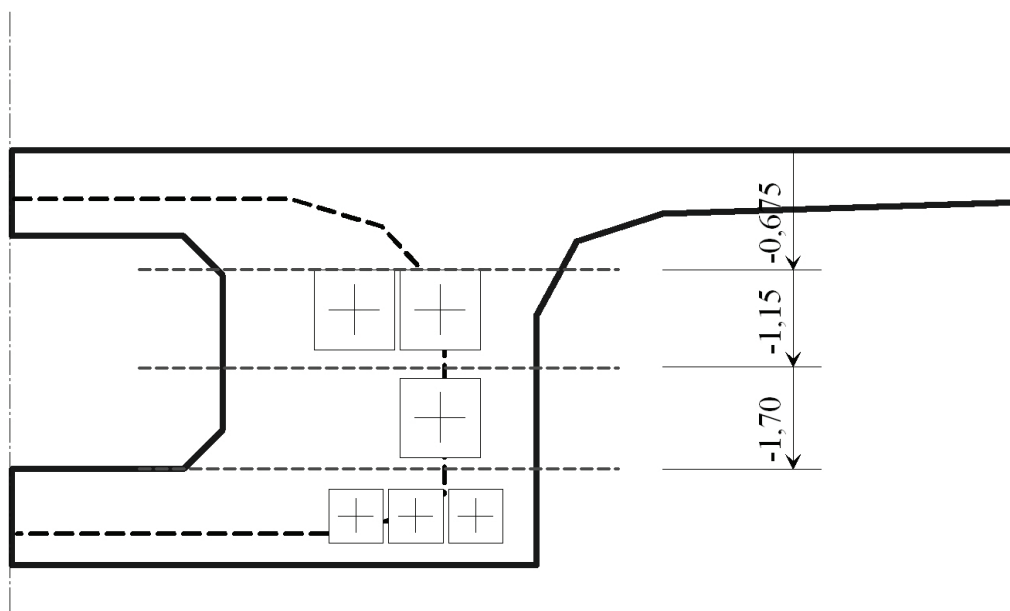


Fig. 48 - Voussoir sur culée – coupures horizontales

n°	t_c (m)	Désignation	Demi-largeur coupée (m)
1	0	extrados du tablier	5,515
2	-0,24	bord inférieur de l'encorbellement (pas significatif car dans le bourdis)	5,515
3	-0,30	amorce du gousset (pas significatif)	3,32
4	-0,50	dessous du hourdis central	3,04 / 2,065 discontinuité
5	-0,675	bord supérieur du rectangle d'impact – câbles H2 et H3	1,70
6	-1,125	bord inf – ancrages H2 et H3	1,70
7	-1,275	bord sup – ancrage H1	1,70
8	-1,50	haut du gousset inférieur (pas significatif car dans le bloc d'ancrage de H1)	1,70
9	-1,70	extrados du bourdis central inférieur (pas significatif car dans le bloc d'ancrage de H1)	1,90 / 2,875 discontinuité
10	-1,725	bord inf – ancrage H1	2,875
11	-1,815	bord sup – ancrages B1 à B3	2,875
12	-2,145	bord inf - ancrages B1 à B3	2,875
13	-2,30	Intrados de la poutre	2,875

On calcule l'effort de cisaillement associé V_n^* et le cisaillement correspondant τ_n^* résultant de l'intégration des contraintes normales de flexion générale $-\sigma$ équilibrant les efforts ancrés dans la section S_A .

On obtient les valeurs suivantes :

t_c (m)	$e(t)$ (m)	σ (MPa)	X (MN)	V_n^* (MN)
0	5,515	1,17	0	0
-0,24	5,515	1,78	-1,95	1,95
-0,30	3,32	1,93	-2,44	2,44
-0,50	3,04 / 2,065	2,44	-3,83	3,83
-0,675	1,70	2,88	-4,70	4,70
-1,125	1,70	4,02	-7,34	-2,53
-1,275	1,70	4,40	-8,42	-1,45
-1,50	1,70	4,97	-10,21	-2,06
-1,70	1,90 / 2,875	5,48	-12,09	-2,31
-1,725	2,875	5,54	-12,49	-2,18
-1,815	2,875	5,77	-13,95	-0,72
-2,145	2,875	6,61	-19,82	-3,06
-2,30	2,875	7,00	-22,85	0

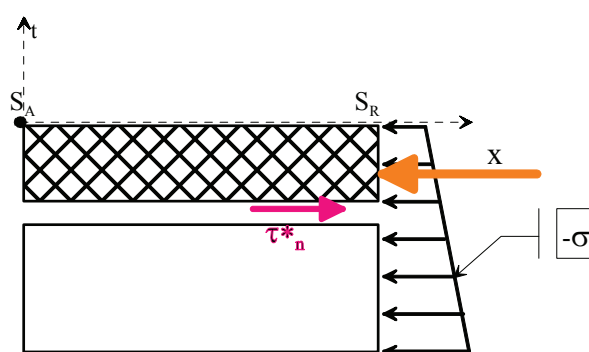


Fig. 49 - Cisaillement dû aux contraintes normales

2.2.3 – Détermination des contraintes et des efforts dus à l'effort tranchant vertical (réaction d'appui, composante verticale des câbles et charges intermédiaires)

Comme dans le cas de la poutre de VIPP, on tient compte de la réaction d'appui et des autres efforts verticaux, à savoir, la composante verticale des câbles ancrés et les charges permanentes réparties.

La résultante du cisaillement sur la face S_R du bloc

$$\text{étudié vaut } Z = \int_{-t_c}^0 -\tau_v(t) \times \mathbf{e}(t) \times dt$$

Elle est équilibrée par un effort normal sur la coupure $N^* = -Z$

Ce cisaillement entraîne un cisaillement associé sur la coupure t_c : $\tau_v^* = -\tau_v(t)$.

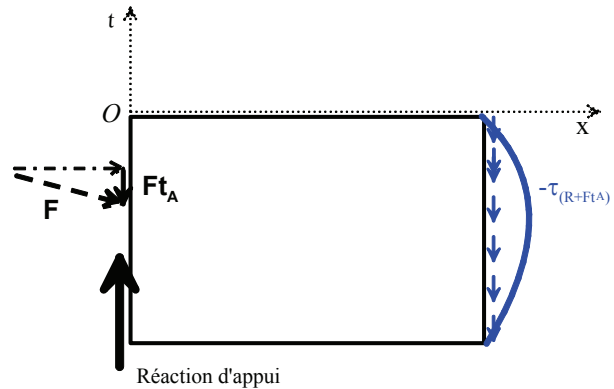


Fig. 50 - Cisaillement dû aux composantes verticales

On rappelle que les charges réparties g et g' étant uniformément appliquées sur la longueur du tronçon, leur action se décompose en :

g poids propre, vaut $\varpi \times dS$. On calcule N^* à partir de l'intégration de la section $N_g^* = \varpi \times B(t)$

g' équipements, s'applique sur le dessus de la structure, et le N^* correspondant est donc constant sur toute la hauteur.

Pour le calcul du cisaillement associé $\tau_{g+g'}$, le bras de levier par rapport à S_R étant réduit de moitié, le cisaillement correspondant est diminué d'autant.

La réaction d'appui vaut $R = 2,10$ MN pour une demi-section. Il s'agit de la valeur permanente des efforts. Les câbles sont inclinés vers le bas entre $1,6^\circ$ et $5,1^\circ$, ce qui entraîne une composante totale $Ft = -1,466$ MN. Les charges réparties sont égales à :

$$g = 0,408 \text{ MN/m}$$

$$g' = 0,074 \text{ MN/m} \quad (\text{valeurs ELU})$$

Bien que la longueur de diffusion soit faible : 1,15 m, on tient compte des charges réparties : pour une demi-section cela donne $-g = -0,235$ et $-g' = -0,043$ MN.

L'effort tranchant qui en résulte vaut donc $V_{SR} = R + Ft_R - (g+g')$. C'est cet effort tranchant qui est équilibré sous la forme d'un cisaillement $-\tau(t)$ dans cette section S_R . Compte tenu de la faible longueur de diffusion, on considère que les câbles sont droits sur cette distance et donc $Ft_A = Ft_R$. En conséquence, $V_{SR} = 2,10 - 1,47 - 0,27 = 0,357$ MN (vers le haut), ce qui est sensiblement différent de la valeur initiale de la réaction (2,10 MN).

Par ailleurs, l'intégration de ce cisaillement vertical le long de la section d'ancrage entraîne un effort normal associé sur la coupure horizontale, (effort de compression ici). On retrouve bien la réaction d'appui lorsqu'on arrive à l'intrados.

$$N^* = -Z_V - Z_{g+g'} - Ft_A$$

t_c (m)	$-\tau_v$ (MPa)	Z_v	$Z_{g+g'}$	Ft_A	N^* (MN)	$e(t)$ (m)	σ^* (MPa)
0	0,0	0	-0,04		0,04	5,515	0
-0,24	-0,02	-0,02	-0,09		0,11	5,515	0,02
-0,30	-0,04	-0,02	-0,10		0,13	3,32	0,03
-0,50	-0,06/0,09	-0,6	-0,13		0,19	3,04/2,065	0,05/0,08
-0,675	-0,12	-0,9	-0,14		0,23	1,70	0,12
-1,125	-0,12	-0,19	-0,17	-0,60	0,96	1,70	0,49
-1,275	-0,12	-0,22	-0,18		1,00	1,70	0,51
-1,50	-0,11	-0,26	-0,20		1,13	1,70	0,58
-1,70	-0,09/0,06	-0,30	-0,21		1,24	1,90/2,875	0,57/0,37
-1,725	-0,06	-0,30	-0,21	-0,13	1,24	2,875	0,38
-1,815	-0,05	-0,32	-0,22		1,28	2,875	0,39
-2,145	-0,02	-0,35	-0,26	-0,73	2,08	2,875	0,63
-2,30	-0,0	-0,36	-0,28		2,10	2,875	0,64

Ce cisaillement se cumule avec le cisaillement moyen de diffusion dû à l'effort normal (de flexion générale) pour donner le cisaillement de diffusion globale τ^* .

t_c	τ_n^*	τ_v^*	τ^*
0	0	0,0	0
-0,50	1,61	0,13	1,74
-0,675	2,41	0,16	2,57
-1,125	-1,29	0,17	-1,12
-1,275	-0,74	0,17	-0,57
-1,725	-0,66	0,08	-0,58
-1,815	-0,22	0,07	-0,15
-2,145	-0,93	0,03	-0,90
-2,30	0	0,0	0,0

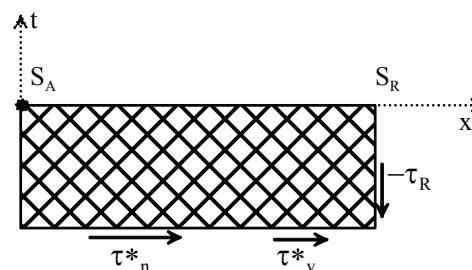


Fig. 51 - Cumul des cisaillements

Rappel : Convention de signes

En fonction des repères utilisés, pour un effort tranchant positif $V > 0$ on obtient :

$-\tau_v < 0$

$N^* > 0$

$\tau_v^* > 0$

Les justifications se font sur la contrainte $|\tau^*| - \sigma^*$ et la section d'armatures est calculée à partir de l'effort $|V^*| - N^*$.

t_c (m)	τ^* (MPa)	V^* (MN)	N^* (MN)	$ V^* - N^*$ (MN)	$ \tau^* - \sigma^*$ (MPa)
0	0	0	0,04	0	0
-0,50	1,74	4,13	0,19	3,94	1,66
-0,675	2,57	5,02	0,23	4,79	2,45
-1,125	-1,12	-2,19	0,96	1,23	0,63
-1,275	-0,57	-1,12	1,00	0,12	0,06
-1,725	-0,58	-1,91	1,24	0,67	0,20
-1,815	-0,15	-0,48	1,28	-0,80	-0,24
-2,145	-0,90	-2,97	2,08	0,89	0,27
-2,30	0,0	0	2,10	-2,10	-0,63

← Valeur maximum

NOTA

Comme indiqué en début de présentation (de la partie verticale des efforts), la prise en compte des efforts répartis $g + g'$ complique le calcul, alors que l'expérience montre que cette influence est généralement très faible. A titre de démonstration, dans le cas présent, le fait de négliger cette partie apporte les variations suivantes (indiquées sur la coupure déterminante en $t_c = -0,675$ m) :

On détermine les efforts à partir de $V_{R+Ft} = 0,88$ MN

t_c	τ_n^*	τ_v^*	τ^*	V^*	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
-0,675	2,40	0,21	2,61	5,11	0,16	0,08	4,95	2,53

On constate bien que la variation d'effort est de l'ordre de 3 %. Le calcul n'a été détaillé ici que pour la présentation du principe théorique. Mais il n'est pas toujours souhaitable de le négliger, en particulier lorsqu'on étudie la diffusion dans le plan horizontal des structures, la largeur étant nettement plus grande que la hauteur (voir exemple des caissons ou des dalles), cette influence est notable.

2.2.4 – Justifications des contraintes

On vérifie ici que pour le bord du bloc d'impact des ancrages supérieurs :

$$|\tau^*| - \sigma^* = 2,45 \text{ MPa} < f_{csd} = 2,7 \text{ MPa}$$

2.2.5 – Armatures d'équilibre général

On calcule les armatures d'équilibre général :

$$A_{sc\ red} = \frac{|V^*| - N^*}{f_{yd}} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{|\tau^*| - \sigma^*}{f_{csd}}} \right) = \frac{4,79}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{2,45}{2,7}} \right) = 110,3 \times 0,96 = 106,06 \text{ cm}^2 \text{ pour la moitié du caisson.}$$

NOTA

Là encore, le calcul effectué en négligeant les charges réparties conduit à 111 cm², ce qui n'est pas significatif au niveau de la répartition des armatures.

2.2.6 – Répartition des armatures

Tout d'abord, on doit disposer (§ 2.1) les armatures de première zone $A_e = 2 \times 17,55 \text{ cm}^2$ sur une longueur de 1,2 c = 0,54 m, soit une densité de 65 cm²/m.

C'est à comparer avec les armatures calculées ci-dessus (§ 2.2.5) soit $A_{sc} = 106,06 \text{ cm}^2$

Dans le cas présent, la longueur de répartition étant assez faible, la longueur du premier tiers $L_R/3 = 0,38 \text{ m}$ est inférieure à celle du bloc d'impact 0,54 m.

On placera donc l'ensemble des armatures de diffusion sur $2/3 L_R$, soit $A_{sc} = 106,06 \text{ cm}^2$ sur 0,77 m (soit 138 cm²/m).

Récapitulation : première zone et diffusion $A_{sc} = 106,06 \text{ cm}^2$ sur 0,77 m.

Disposition : on dispose des cadres comme armatures, ce qui représente deux sections d'acier. On peut disposer auprès et autour des ancrages 4 cadres au maximum, soit 8 sections par plan d'armature ; en utilisant du HA 20, cela conduit à 25,13 cm² par plan. On doit donc disposer 5 séries de cadres HA 20 sur 0,77 m, soit un espacement d'environ 17 cm.

3 – Diffusion dans le plan horizontal

La longueur de régularisation est égale à (d = distance entre bords des rectangles d'impact) :

$$L_{Rh} = \max \left\{ \begin{array}{l} H-d = 11,03 - 5,34 = 5,69 \text{ m} \\ H/2 = 5,515 \text{ m} \end{array} \right\} = 5,69 \text{ m}$$

3.1 – Prisme local

Les sections de base des armatures sont de 17,55 cm² pour le 19T15 et de 9,48 cm² pour le 12T15.

Pour l'étude de l'effet de bord, il faut examiner la situation des ancrages dans la structure : ici, la grandeur H à prendre en compte est la largeur du caisson lui-même, c'est-à-dire 5,75 m et non pas toute la largeur du tablier. On suppose les câbles parallèles à l'axe de l'ouvrage (pas d'inclinaison latérale).

- **câbles 19T15** Ils sont ancrés à 0,50 m du bord.

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{0,50 \left(\frac{3}{5,75} + \frac{1}{0,45} \right)}} = 1,207$$

On obtient donc : $A_e = 21,19 \text{ cm}^2$ réparti sur 0,54 m.

- **câbles 12T15** Ils sont ancrés à 0,37 m du bord.

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{0,37 \left(\frac{3}{5,75} + \frac{1}{0,33} \right)}} = 1,234$$

On obtient : $A_e = 11,69 \text{ cm}^2$ réparti sur 0,40 m.

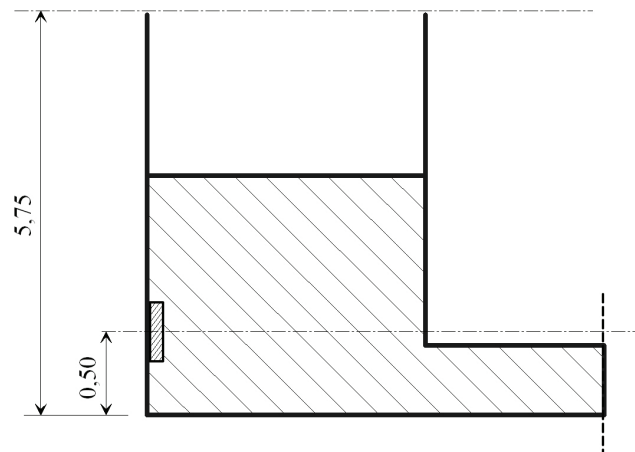


Fig. 52 - Excentricité des ancrages dans le plan horizontal

3.2 – Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion

3.2.1 – Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement

Dans cet exemple, la longueur de régularisation est suffisamment importante ($L_{Rh} = 5,69 \text{ m}$) pour que cette section de régularisation soit une **section courante**.

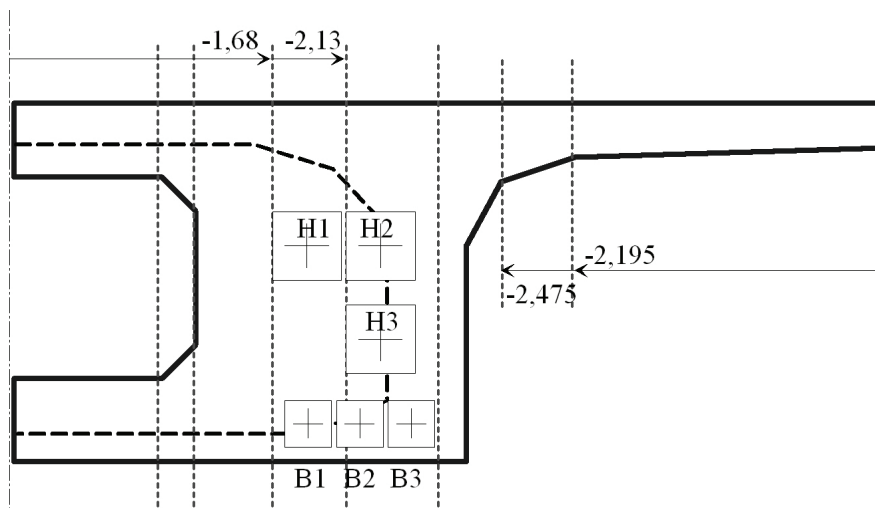
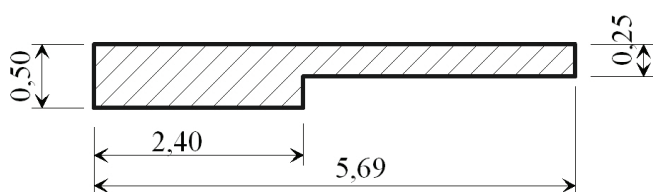


Fig. 53 - Coupures verticales

Il est donc nécessaire de recalculer le diagramme de contrainte (dans le plan vertical). On aboutit à $\sigma_{\text{sup}} = 2,54 \text{ MPa}$ et $\sigma_{\text{inf}} = 14,47 \text{ MPa}$. Les contraintes sont uniformes dans le plan horizontal du fait de la parfaite symétrie de la structure et des efforts appliqués.

Les coupures verticales se situent aux points de changement du contour. Mais on va distinguer l'encorbellement d'une part, et les hourdis côté intérieur du caisson d'autre part.



La particularité de cette structure est la présence de l'entretoise d'about : pour les coupures situées côté intérieur du caisson, la section coupée ne sera pas de largeur constante puisque ce bloc a une longueur de 2,40 m, sensiblement inférieure à la longueur de régularisation $L_{Rh} = 5,69 \text{ m}$.

Fig. 54 - Coupe horizontale de l'âme du VSC

On définit donc les coupures :

<i>Encorbellement</i>		
t_c (m)	Désignation	largeur coupée (m)
0	bord extérieur du tablier	0,24
-2,195	naissance de l'enracinement	0,30
-2,475	milieu du gousset	0,50
-2,640	base du gousset (bord du caisson)	0,75

<i>Hourdis central</i>			
hourdis supérieur			
t_c (m)	Désignation	e_0	e_1
0	axe du tablier	0,25	0,50
-0,975	naissance du gousset de l'entretoise	0,25	0,50
-1,175	bord intérieur de l'entretoise	0,25	0,70 / âme
-1,600	début du gousset (section courante)	0,25	âme
-1,680	bord du bloc ancrage H2	0,27	âme
-2,00	point intermédiaire du gousset de section courante (pas significatif car dans un bloc)	0,35	âme
-2,130	bord du bloc d'ancrage H2	0,475	âme
hourdis inférieur			
0	axe du tablier	0,24	0,60
-0,975	naissance du gousset de l'entretoise	0,24	0,60
-1,175	bord intérieur de l'entretoise	0,24	0,80 / âme
-1,600	début du gousset (section courante)	0,24	âme
-1,680	bord du bloc ancrage B1	0,24	âme

Lorsque l'on se trouve sur une coupure passant dans l'âme épaissie, il ne peut y avoir de différenciation entre zone supérieure et zone inférieure, l'âme régnant sur toute la hauteur par définition. Par conséquent, pour ces coupures, on évalue les efforts dus aux deux hourdis supérieur et inférieur, et on calcule ensuite le cisaillement et l'effort normal associé sur la section unique, d'où l'on tire les sections d'armatures qui en découlent.

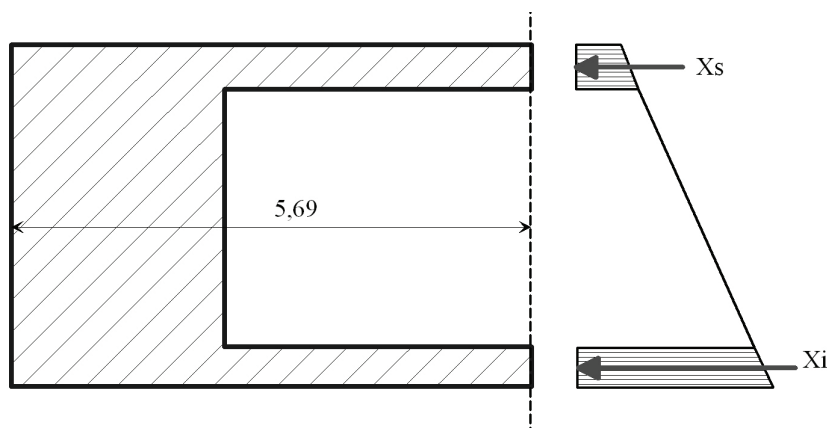


Fig. 55 - Coupe verticale de l'entretoise du VSC

En revanche, pour les hourdis bien différenciés (jusqu'à $t_c = -1,175$ m), on placera dans chacun les armatures calculées séparément.

• *Encorbellement*

t_c	e_0 (m)	σ_{s1} (MPa)	σ_{s2} (MPa)	X_s (MN)	V_n^*	τ_n^* (MPa)
0	0,24	2,54	3,79	0	0	0
-2,195	0,30	id	4,10	-1,92	1,92	1,13
-2,475	0,50	id	5,14	-2,33	2,33	0,82
-2,640	0,75	id	6,43	-2,76	2,76	0,65

• *Hourdis côté intérieur*

t_c	supérieur						inférieur					
	e_0	σ_{s1}	σ_{s2}	X_s	e_1 (bloc d'ancrage)	τ_n^*	e_0	σ_{i1}	σ_{i2}	X_i	e_1 (bloc d'ancrage)	τ_n^*
0	0,25	2,54	3,84	0	0,50	0	0,24	13,22	14,47	0	0,60	0
-0,975	0,25	id	id	-0,78	0,50	0,38	0,24	Id	id	-3,24	0,60	1,45
-1,175	0,25	id	id	-0,94	0,70	0,37	0,24	id	id	-3,90	0,80	1,44

A partir de cette abscisse, les coupures traversent l'âme : l'effort tangent V_n^* ($= -X$ en l'absence d'effort ancré) intéresse l'ensemble de la coupure.

t_c	supérieur				inférieur				X total	e_1 (bloc d'ancrage)	τ_n^*
	e_0	σ_{s1}	σ_{s2}	X_s	e_0	σ_{i1}	σ_{i2}	X_i			
-1,175	0,25	2,54	3,84	-0,94	0,24	13,22	14,47	-3,90	-4,84	2,30	0,68
-1,600	0,25	2,54	3,84	-1,28	0,24	13,22	14,47	-5,31	-6,59	id	0,92
-1,680	0,27	id	3,94	-1,35	0,24	id	id	-5,58	-6,93	id	0,96

3.2.2 – Détermination des contraintes et des efforts dus à l'effort tranchant vertical

Concernant l'effet sur une coupure verticale de la composante verticale des efforts généraux, le calcul est similaire à celui réalisé lors de l'étude de la diffusion dans le plan vertical. Le cisaillement horizontal dans la section S_R vaut, de

$$\text{manière analogue au cisaillement vertical, } \tau_h = \frac{V \times \mu(x)}{I_{Gx} \times e(x)}$$

avec

$\mu(x)$ moment statique de l'aire située entre la coupure et le bord du tablier (encorbellement) ou l'axe (hourdis intérieur) par rapport à l'axe Gx

I_{Gx} inertie de la section complète par rapport à Gx

$e(x)$ hauteur de la coupure

V effort tranchant vertical général

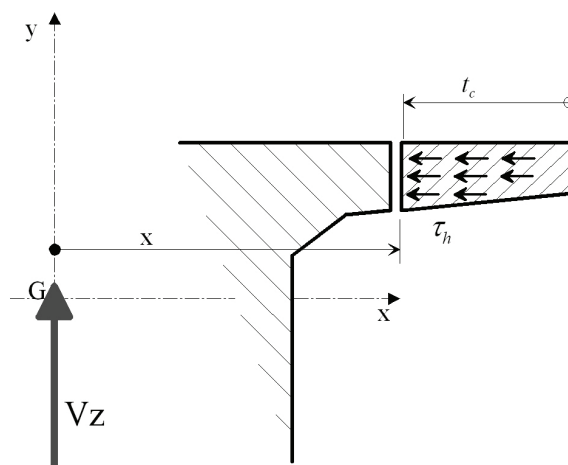


Fig. 56 - Cisaillement horizontal dû à l'effort vertical

On rappelle que, par définition, le cisaillement est nul au bord du tablier, et du fait de la symétrie de la section et des efforts appliqués, il est également nul sur l'axe vertical de cette même section.

L'effort normal sur la coupure ($-t_c$ dans le plan de diffusion horizontal) vaut :
$$N^* = \int_{-t_c}^0 \tau_h \times dS = \int_{-t_c}^0 \tau_h \times d \times dy$$

Pour cette étude de la diffusion dans le plan horizontal, l'effet des charges réparties n'est pas négligeable, du fait de la longueur de régularisation ici égale à 5,69 m. En ne prenant, pour simplifier, que la valeur de la section courante en base (on devrait, en toute logique, prendre en compte également le poids de l'entretoise mais la simplification est loisible), on a une charge de poids propre qui vaut : $q = S \times \varpi = 16,47 \times 0,025 = 0,162$ MN/m. Compte tenu de la longueur de régularisation, cela conduit à un effort de $g + g' = -1,35 \times (0,165 + 0,055) \times 5,69 = -1,67$ MN, à comparer avec la réaction d'appui $R = 4,20$ MN et la composante verticale des câbles $Ft_A = -2,93$ MN (pour la section complète). Par ailleurs, pour évaluer la composante verticale des câbles dans la section S_R , il est alors nécessaire de prendre en compte la déviation des câbles intérieurs au béton qui ont largement la distance pour atteindre leur excentricité maximale ; en S_R ils sont horizontaux, leur composante est donc nulle. En revanche, les câbles extérieurs étant droits, leur composante est inchangée.

Dans la section S_R l'effort tranchant résultant pour une demi-section est égal à : $V_{SR} = R + Ft_R - (g + g') = 2,10 + (-0,736 - 0) - (0,62 + 0,21) = +0,53$ MN. Il entraîne les cisaillements horizontaux et les efforts normaux sur les coupures suivants :

- Encorbellement

t_c	e_0 (m)	$-\tau_h$ (MPa)	N^* (MN)
0	0,24	0	0
-2,195	0,30	-0,33	0,04
-2,475	0,50	-0,23	0,05
-2,640	0,75	-0,17	0,05

• Hourdis côté intérieur

Pour les hourdis intérieurs, la structure en cadre transversal entraîne une hyperstaticité de l'effort normal (transversal) dû à l'intégration du flux de cisaillement : on ne peut donc effectuer le calcul directement en partant de l'hypothèse d'un effort normal égal à zéro sur l'axe pour des raisons de symétrie.

Cela complique nettement les calculs, puisqu'il faut tout d'abord calculer les flux de cisaillement de la section (modèle de type CDS par exemple).

Par simplification, on modélise la section en S_R , même si la présence d'un bossage peut entraîner une répartition quelque peu différente.

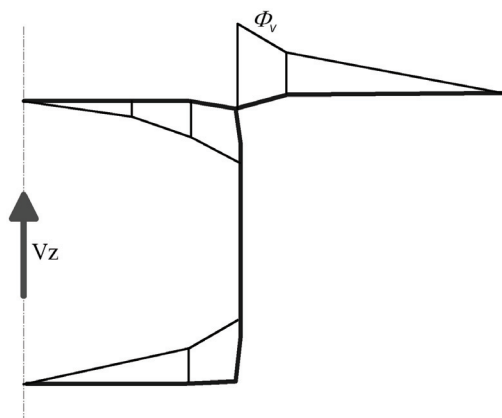


Fig. 57 - Distribution des flux de cisaillement dans la section transversale sous un effort vertical unitaire

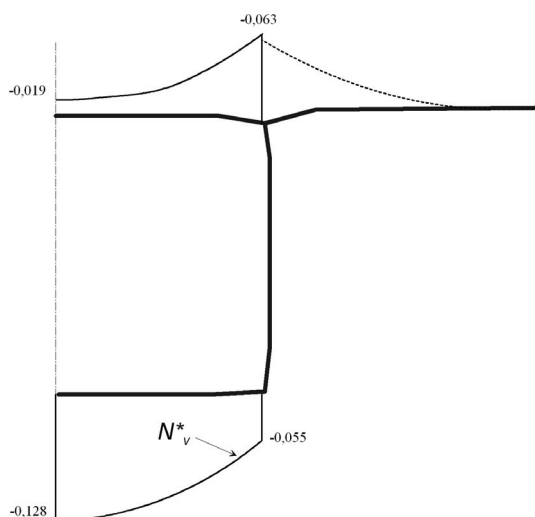


Fig. 58 - Distribution de l'effort normal dû au cisaillement transversal

Le modèle ci-dessus ayant donné les flux unitaires de cisaillement, on applique ceux-ci à un modèle à barres de la section transversale (de type ST1) qui, après intégration des flux et calcul des inconnues hyperstatiques, donnera les efforts normaux correspondants dans les différentes barres (toujours avec $V_{SR} = 0,53 \text{ MN}$).

On se rappellera cependant que, généralement, cette modélisation est déjà réalisée pour déterminer les efforts de flexion transversale sous les charges routières. Le modèle, à condition que l'on ait prévu les points de calcul correspondants à la diffusion, est donc immédiatement réutilisable.

Comme déjà indiqué dans le calcul de la diffusion verticale, l'effet des charges réparties est à diviser par deux pour le calcul du cisaillement associé τ_v^* du fait d'un bras de levier de ces charges égal à la moitié de L_{Rj} . L'effort tranchant résultant vaut donc $V_{SR2} = 2,10 - 0,74 - 0,83/2 = 0,94$ MN.

t_c	e_0	N^*	e_0	N^*
	supérieur		inférieur	
0	0,25	0,033	0,24	0,220
-0,975	0,25	0,051	0,24	0,191
-1,175	0,25	0,056	0,24	0,177
A partir de cette abscisse, les coupures traversent l'âme : l'effort normal intéresse l'ensemble de la coupure				
t_c	e_0		e_0	N^* total
-1,600	0,25		0,24	0,221
-1,680	0,27		0,24	0,172

Rappel : Convention de signes

On rappelle les résultats des signes obtenus lors de l'étude de l'effet des composantes verticales sur les coupures verticales liées à la diffusion dans le plan horizontal. En fonction des repères utilisés, pour un effort tranchant positif $V > 0$ on obtient :

Diffusion verticale	Diffusion horizontale	
	encorbellement et hourdis supérieur	hourdis inférieur
$-\tau_v < 0$	$-\tau_{hV} < 0$	$-\tau_{hV} > 0$
$N^* > 0$	$N^* > 0$	$N^* < 0$
$\tau_v^* > 0$	$\tau_v^* > 0$	$\tau_v^* < 0$

$-\tau_{hV}$ est le cisaillement horizontal d'équilibre appliqué sur la section de régularisation lié à l'effort tranchant vertical général V .

3.2.3 – Récapitulation et justification des contraintes

Les contraintes résultantes sont les suivantes :

- *Encorbellement*

t_c	τ_n^*	τ_v^*	τ^*	V^*	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
-2,195	1,13	0,58	1,71	2,92	0,04	0,021	2,88	1,69
-2,475	0,82	0,41	1,23	3,49	0,05	0,016	3,44	1,21
-2,640	0,65	0,30	0,95	4,05	0,05	0,012	4,00	0,94

- *Hourdis côté intérieur*

supérieur								
t_c	τ_n^*	τ_v^*	τ^*	V^*	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
-0,975	0,38	0,21	0,59	1,20	0,05	0,025	1,14	0,57
-1,175	0,38	0,20	0,58	1,44	0,06	0,023	1,38	0,55

inférieur								
t_c	τ_n^*	τ_v^*	τ^*	V^*	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
-0,975	1,45	-0,31	1,14	2,54	0,19	0,086	2,35	1,05
-1,175	1,44	-0,31	1,13	3,06	0,18	0,065	2,89	1,07
Ensemble								
-1,600	0,92	-0,06	0,86	6,13	0,22	0,031	5,91	0,83
-1,680	0,97	-0,07	0,90	6,46	0,18	0,024	6,28	0,87

On vérifie que c'est l'encrebellement qui est le plus sollicité (à la fin du gousset) :

$$|\tau^*| - \sigma^* = 1,69 \text{ MPa} < f_{csd} = 2,7 \text{ MPa}$$

3.2.4 – Détermination et répartition des armatures

Comme indiqué précédemment, on distingue les différentes zones :

- *Encorbellement*

A l'enracinement du gousset ($t_c = -2,640$), l'effort est évidemment maximum puisque aucun ancrage ne vient réduire l'effort de glissement qui est l'effort prépondérant.

$$A_{s_{red}} = \frac{4,00}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{0,94}{2,7}} \right) = 92,0 \times 0,67 = 61,82 \text{ cm}^2$$

- *Hourdis côté intérieur*

- Supérieur

La coupure avant l'entretoise donne :

$$A_{s_{red}} = \frac{1,38}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{0,55}{2,7}} \right) = 31,92 \times 0,56 = 17,91 \text{ cm}^2$$

- Inférieur

De même, la coupure avant l'entretoise donne :

$$A_{s_{red}} = \frac{2,89}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{1,07}{2,7}} \right) = 66,3 \times 0,70 = 46,65 \text{ cm}^2$$

- Bloc de l'entretoise

Dans l'âme elle-même, la coupure au bord du premier ancrage donne :

$$A_{s_{red}} = \frac{6,28}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{0,90}{2,7}} \right) = 143,1 \times 0,66 = 94,71 \text{ cm}^2$$

Précontrainte transversale

Les calculs précédents ont été menés sans précontrainte transversale. Mais l'ouvrage a été conçu – ce qui est tout à fait satisfaisant – avec une précontrainte transversale aux abouts constituée de 12 câbles monotoron T15S. Ils représentent, sur cette longueur de diffusion, un effort $N_p = 12 \times 0,17 = 2,04 \text{ MN}$.

Le modèle de flexion transversale montre que cette précontrainte reste exclusivement dans tout le hourdis supérieur, sans "arroser" un tant soit peu le hourdis inférieur.

L'action de cette précontrainte est de diminuer d'autant l'effort $|V^*| - N^*$ et les cisaillements correspondants et, bien évidemment, de réduire fortement les armatures correspondantes dans le hourdis supérieur, le hourdis inférieur restant inchangé.

Les tableaux précédents deviennent :

• *Encorbellement*

t_c	V^*	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
-2,195	2,92	2,08	1,22	0,84	0,49
-2,475	3,49	2,09	0,73	1,40	0,49
-2,640	4,05	2,09	0,49	1,96	0,46

• *Hourdis côté intérieur*

supérieur					
t_c	V^*	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
-0,975	1,20	2,09	1,03	-0,90	-0,44
-1,175	1,44	2,10	0,84	-0,66	-0,26
ensemble					
-1,600	6,13	2,26	0,32	3,87	0,54
-1,680	6,45	2,21	0,31	4,24	0,59

Au niveau des armatures, l'évolution est la suivante :

• *Encorbellement*

Toujours à l'enracinement du gousset ($t_c = -2,640$)

$$A_{sc\ red} = \frac{1,96}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{0,46}{2,7}} \right) = 45,1 \times 0,53 = 23,92 \text{ cm}^2 \text{ (au lieu de } 43,89 \text{ cm}^2 \text{)}$$

• *Hourdis côté intérieur - supérieur*

La coupure avant l'entretoise donne :

- supérieur $A_{sc\ red} = 0 \text{ cm}^2$ puisque l'effort devient négatif.
- inférieur : section inchangée ($46,65 \text{ cm}^2$) puisque il n'y a pas de transmission de l'effort de la précontrainte transversale supérieure.

Enfin, pour le bloc de l'entretoise, dans l'âme elle-même, au bord du premier ancrage :

$$A_{sc\ red} = \frac{4,24}{435} \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{0,59}{2,7}} \right) = 97,6 \times 0,57 = 56,05 \text{ cm}^2 \text{ (au lieu de } 89,0 \text{ cm}^2 \text{)}$$

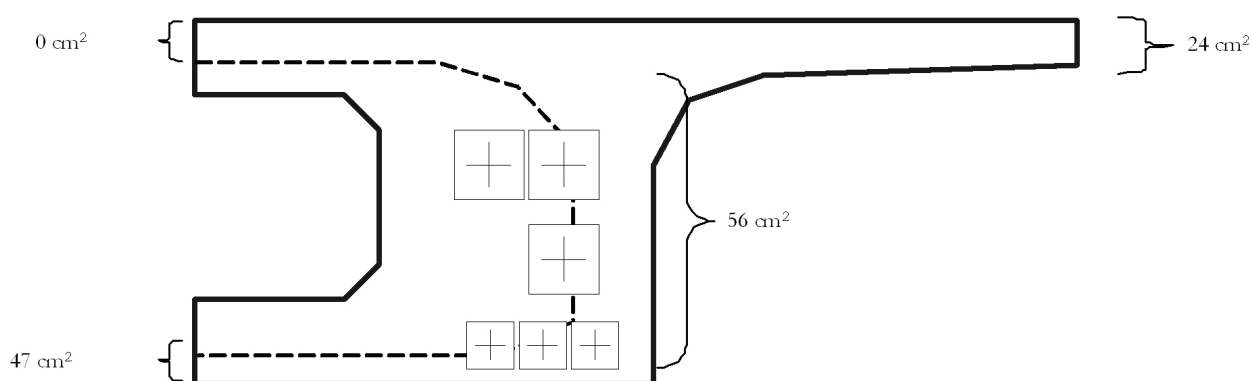


Fig. 59 - Répartition des armatures horizontales

La longueur de répartition des armatures est de $2/3 L_{Rb} \approx 3,80$ m, à diviser comme d'habitude en deux zones de 1,90 m de longueur.

Le hourdis inférieur est le plus dimensionnant : la section de $46,65 \text{ cm}^2$ est à répartir en $2/3 A_{sc} = 31,10 \text{ cm}^2$ sur la première partie et le reste sur la seconde. Dans ce hourdis il n'y a aucun ancrage d'implanté, ainsi les armatures correspondent à $16,4 \text{ cm}^2/\text{m}$ en première zone. Sa longueur étant inférieure à celle de l'entretoise (2,40 m), ces armatures sont à répartir sur une épaisseur de 0,60 m. Dans la deuxième zone, on met la moitié de cette densité, soit $8,2 \text{ cm}^2/\text{m}$ (dans une épaisseur se réduisant à 0,24 m).

Pour la partie "âme" épaisse, il faut tenir compte des armatures liées aux blocs d'impact des ancrages : $21,19 \text{ cm}^2$ pour les 19T15 et $11,69 \text{ cm}^2$ pour les 12T15. Sur toute la hauteur du caisson, on aura donc un total de $2 \times 21,19 + 11,69 = 54,07 \text{ cm}^2$ sur une longueur de 0,54 m (cf. Fig. 59 ci-dessus), ce qui correspond à une densité de $100 \text{ cm}^2/\text{m}$. On remarque que c'est pratiquement égal à la quantité totale d'armatures dans la zone de diffusion $56,05 \text{ cm}^2$.

Au titre de la diffusion, on n'a donc pas d'armatures à rajouter dans le bloc de l'âme.

Dans l'encorbellement, la quantité d'armature est réduite : $A_{sc} = 23,92 \text{ cm}^2$ pour une longueur de 3,80 m, soit $6 \text{ cm}^2/\text{m}$. Comme déjà indiqué, les armatures transversales seront en fait dimensionnées par la flexion transversale elle-même.

D'un point de vue pratique, on disposera dans l'âme elle-même, dans le bloc d'impact 8 lits de HA16 ($16,04 \text{ cm}^2$) sur 0,54 m avec un espacement de 0,125 m (soit $128,6 \text{ cm}^2/\text{m}$).

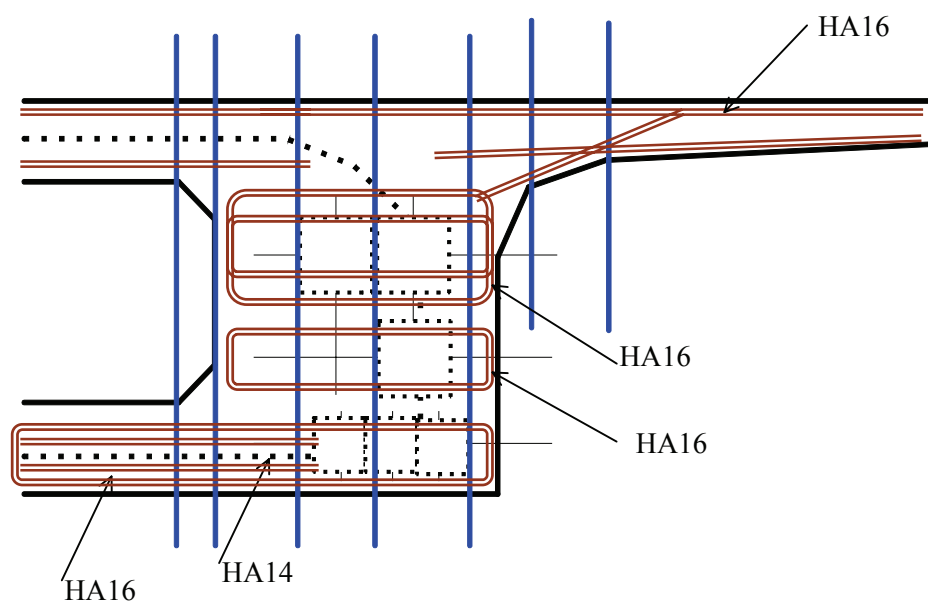


Fig. 60 - Distribution du ferrailage

Cas d'un caisson à quatre âmes Voussoir sur culée



Caisson à quatre âmes – Voussoir sur culée

1 – Données générales

Il s'agit d'un ouvrage poussé en caisson pour lequel on étudie le voussoir sur culée. Le caisson a 16,80 m de largeur et 4,00 m de hauteur (cf. Fig. 61).

Pendant le poussage, le tablier est précontraint par 15 câbles 19T15 par demi-section et un câble dans l'axe au niveau du hourdis inférieur.

La section courante est représentée ci-dessous.

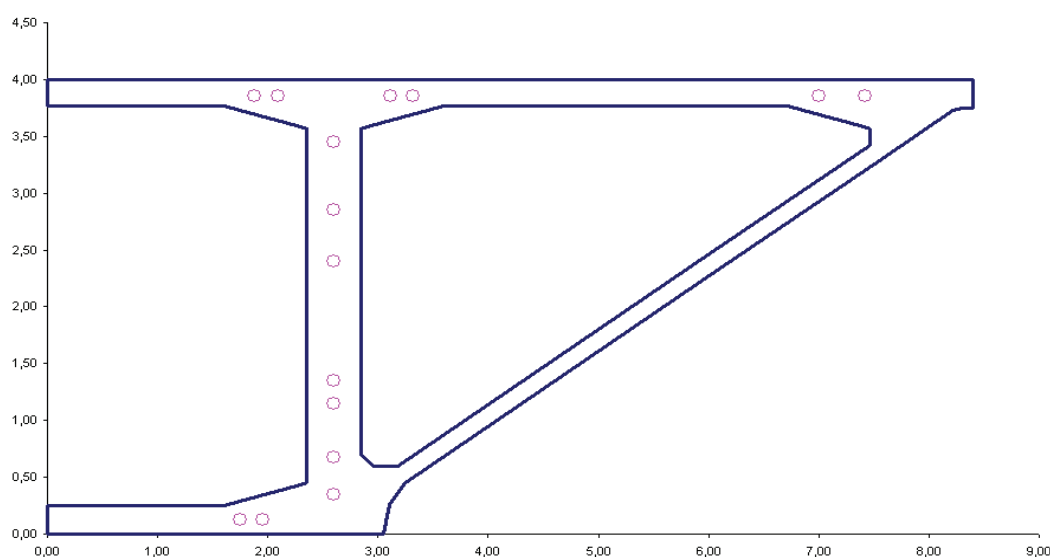


Fig. 61 - Drancy – géométrie - section courante

L'about du tablier est renforcé par une entretoise servant à la fois à ancrer l'ensemble des câbles et à reprendre les efforts généraux en extrémité de l'ouvrage (cf. Fig. 62).

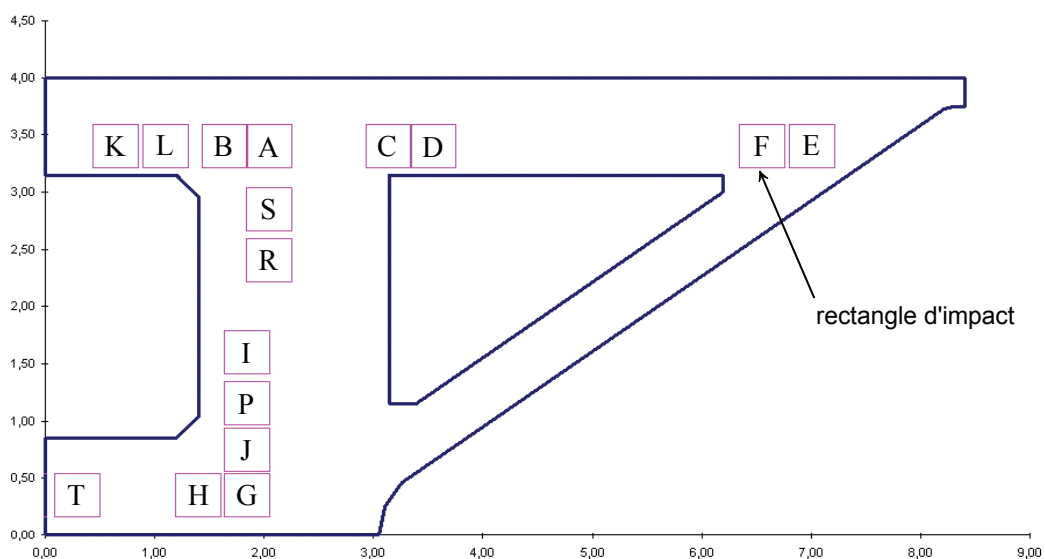


Fig. 62 - Drancy – géométrie - section massive

1.1 – Caractéristiques de la section totale

Caractéristiques de la section courante (âmes de 0,50 m d'épaisseur) :

$$B = 11,581 \quad \text{m}^2$$

$$v = 1,565 \quad \text{m}$$

$$v' = 2,435 \quad \text{m}$$

$$I = 25,113 \quad \text{m}^4$$

A l'extrémité de l'ouvrage, le voussoir sur culée comporte une entretoise épaississant l'âme à 1,75 m les hourdis à 0,85 m et les voiles à 0,50 m. Ces renforcements règnent sur une longueur de 3,50 m pour l'âme et les hourdis et 1,90 m environ pour les voiles inclinés. Ils conduisent aux caractéristiques suivantes :

$$B = 31,564 \quad \text{m}^2$$

$$v = 1,596 \quad \text{m}$$

$$v' = 2,404 \quad \text{m}$$

$$I = 49,315 \quad \text{m}^4$$

1.2 – Caractéristiques béton et armatures passives

Les **résistances du béton** sont présumées être :

à 28 jours (caractéristique) : $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ $f_{ctm} = 3,80 \text{ MPa}$ d'où $f_{ctk0,05} = 2,26 \text{ MPa}$ et une contrainte limite de calcul $f_{csd} = 3,19 \text{ MPa}$.

La mise en tension de l'ensemble des câbles se fait à 28 jours, les phases intermédiaires ne sont pas calculées, l'effort général de précontrainte étant largement réduit dans ces phases.

Les aciers passifs sont des Fe 500, soit $f_e = 500 \text{ MPa}$. La contrainte limite de calcul est donc $f_{yd} = f_y/1,15 = 500/1,15 = 435 \text{ MPa}$.

1.3 – Précontrainte

Les plaques d'ancrage mesurent 0,30 m.

On étudie la mise en tension des câbles avec les valeurs suivantes (au voisinage de S_A) :

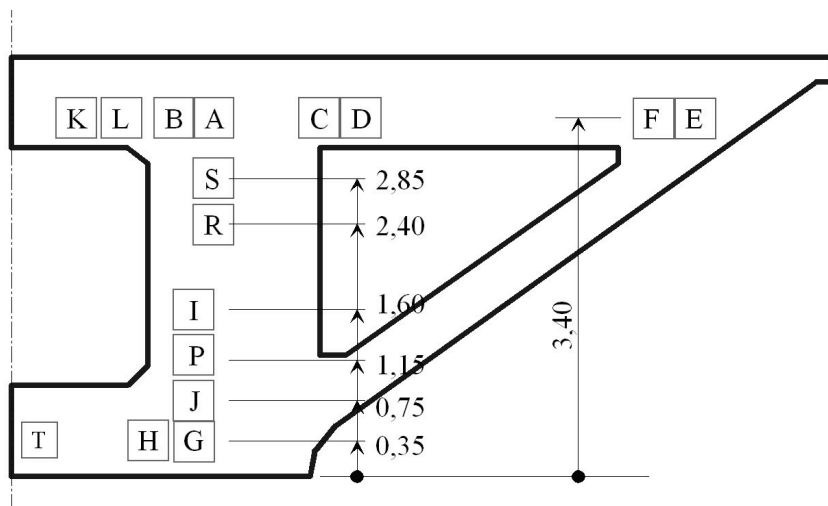
$P_m = 4,32 \text{ MN}$ câbles 19T15 (toutes pertes faites, à la mise en tension)

$P_m =$ entre 3,6 et 4,00 MN selon les câbles (19T15 toutes pertes faites, à t_x)

2 – Diffusion dans le plan vertical

On applique la "*diffusion globale*" en prenant en compte la réaction d'appui, la composante verticale due à l'inclinaison des câbles et les charges permanentes de la poutre (poids propre g et équipements g').

Les ancrages sont situés selon le schéma ci-après :



Câbles	Position / base en S _A
A à F	3,40
K – L	3,40
S	2,85
R	2,40
I	1,60
P	1,15
J	0,75
G – H – T	0,35

Fig. 63 - Drancy – distribution des ancrages

Les blocs d'impact font 0,40 m de côté pour des 19T15 (dimensionnés en 2.1).

La longueur de régularisation est égale à (d = distance entre bords des blocs d'impact) :

$$L_R = \max \left\{ \begin{array}{l} H-d = 4,00 - 3,45 = 0,55 \text{ m} \\ H/2 = 2,00 \text{ m} \end{array} \right\} = 2,00 \text{ m}$$

En conséquence, cette longueur étant inférieure à celle du renforcement du VSC, le calcul de la diffusion dans le plan vertical s'effectue sur la *section massive*.

2.1 – Prisme local

2.1.1 - Prisme local, dimensions

Câbles 19T15 Le rectangle d'impact a pour dimensions :

$$c \times c' = 0,40 \times 0,40 \text{ m} \quad \text{on vérifie que } \frac{4,32}{0,40 \times 0,40} = 27,0 \text{ MPa} \approx 0,6 f_{ck} = 0,6 \times 45 \text{ MPa}$$

Il règne sur une longueur de $1,2 c$ soit $1,2 \times 0,40 = 0,48 \text{ m}$.

2.1.2 - Armatures de couture de première zone

Sur cette longueur, il faut disposer des armatures reprenant $0,15 F_d$, soit :

$$0,15 F_d = 0,15 \times (1,2 \times 4,32) = 0,78 \text{ MN} \quad \text{d'où une section d'acier de}$$

$$A_e = \frac{0,15 F_0}{f_{yd}} = \frac{0,78}{435} = 17,88 \text{ cm}^2 \text{ par ancrage 19T15}$$

Ces aciers doivent être continus sur la hauteur de l'ouvrage et seront comptabilisés dans les aciers de diffusion générale (voir ci-après).

2.1.3 - Effet de l'excentricité

Les câbles supérieurs sont ancrés à 0,60 m de l'extrados. Leur inclinaison est d'environ 12° vers le haut.

$$\text{D'où vers l'extrados} \quad \xi = \sqrt{\frac{2}{z\left(\frac{3}{H} + \frac{1}{c}\right)}} = \sqrt{\frac{2}{0,60\left(\frac{3}{0,85} + \frac{1}{0,40}\right)}} = 0,744 \text{ inférieur à } 1 ;$$

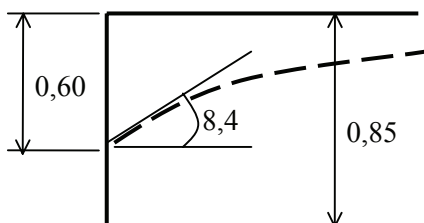


Fig. 64 - Drancy – Excentricité des câbles dans les bourdis

En direction de l'intrados du hourdis supérieur (épaisseur 85 cm), les câbles sont situés à 0,25 m avec un angle d'éloignement de 12° (donc α négatif) : $\xi = \sqrt{\frac{2}{0,25\left(\frac{3}{0,85} + \frac{1}{0,40}\right)}} = 1,152$

L'effort maximum à reprendre est donc déterminé par la proximité de l'intrados $0,15 \times 1,152 \times F_d = 0,90$ MN, soit 20,59 cm² par ancrage.

2.2 – Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion

On considère la tranche comprise entre S_A et S_R comme un bloc indéformable d'axe Ot et de hauteur $H = 4,00$ m.

2.2.1 – Détermination des contraintes normales isostatiques selon la RdM dues à l'effort concentré appliqué dans S_A

L'ouvrage étant parfaitement symétrique, on effectue le calcul sur une *demi-section*. La somme des efforts sur une demi-section est de $F_d = 68,86$ MN avec une composante longitudinale de 68,28 MN.

L'excentricité résultante des câbles est de $-0,07$ m. Le diagramme de contraintes normales est appliqué sur celui de la section *massive* :

$$\sigma_{\text{sup}} = 4,01 \text{ MPa} \quad \text{et} \quad \sigma_{\text{inf}} = 4,80 \text{ MPa} \quad \text{avec} \quad \sigma_{\text{moy}} = 4,33 \text{ MPa}$$

2.2.2 – Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement dû à l'effort normal

On effectue les coupures horizontales aux bords des rectangles d'impact et aux points remarquables que constituent les changements de forme. En revanche, comme d'habitude, on ne considère pas les résultats sur les coupures passant à l'intérieur d'un rectangle d'impact ou dans un hourdis.

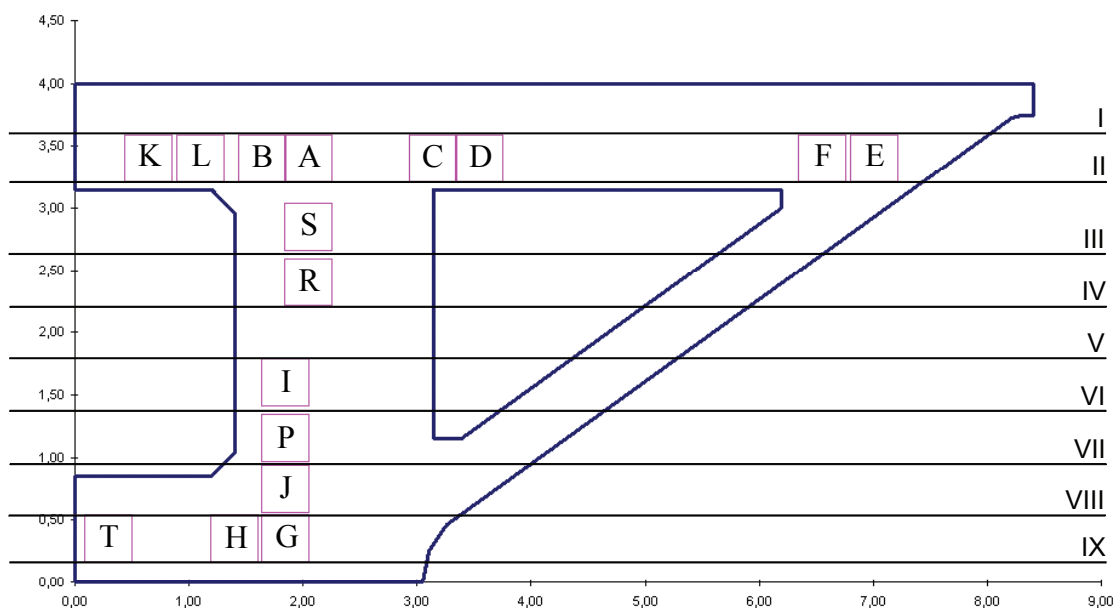


Fig. 65 - Détermination des coupures horizontales

Les niveaux de coupures sont donc :

	t_c (m)	Désignation	Demi-largeur coupée totale (m)
	0	extrados du tablier	8,40
	-0,25	bord inférieur de l'encorbellement (pas significatif car dans le hourdis)	8,40
I	-0,40	bord supérieur des câbles supérieurs A à F – K- L (idem ci-dessus)	8,03
II	-0,80	bord inf câbles supérieurs (idem)	7,42
	-0,85	bord inférieur du hourdis central	7,34 / (1,14 + 1,95) discontinuité
	-0,95	bord sup câble S	(0,99 + 1,85)
III	-1,35	bord inf câble S - bord sup câble R	(0,91 + 1,75)
IV	-1,80	bord inf câble R	(0,91 + 1,75)
V	-2,20	bord sup câble I	(0,91 + 1,75)
VI	-2,60	bord inf câble I - bord sup câble P	(0,91 + 1,75)
VII	-3,05	bord inf câble P – bord sup câble J	2,70
	-3,15	extrados du hourdis central inférieur (pas significatif car dans le bloc d'ancrage de J)	2,65 / 3,85 discontinuité
VIII	-3,45	bord inf câble J – sup câbles H – I – T (pas significatif car dans le hourdis)	3,39
IX	-3,85	bord inf câbles H – I – T (idem)	3,08
	-4,00	intrados de la poutre	3,05

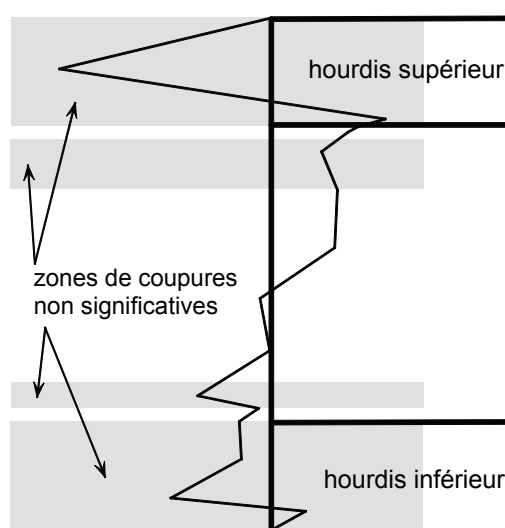
NOTA

On remarquera des coupures qui traversent les voiles fortement inclinés, conduisant à une largeur coupée biaise de 0,91 m (pour une épaisseur droite de 0,50 m). Il n'est pas judicieux d'étudier les efforts dans une coupure biaise, car cela ne correspond à rien de réel : seule une coupure droite est significative, avec l'étude de la combinaison d'un cisaillement et d'un effort normal sur celle-ci. On traitera donc les voiles différemment (voir § 3). L'étude de la diffusion dans le plan vertical ne concernera que les âmes verticales.

Par hypothèse, les contraintes normales (de flexion générale) sont linéaires verticalement dans la section de régularisation, et uniformes dans le plan horizontal. Par simplification, on supposera donc que le cisaillement calculé sur une coupure horizontale (donc biaise dans le voile) est uniforme, ce cisaillement résultant aussi bien de l'effort normal longitudinal que de l'effort tranchant vertical.

t_c (m)	$e(t)$ (m)	σ (MPa)	X (MN)	V_n^* (MN)
0	8,40	4,01	0	0
-0,25	8,40	4,06	-8,48	8,48
-0,40	8,03	4,09	-13,46	13,46
-0,80	7,42	4,17	-26,22	-7,10
-0,85	7,34 / 3,09	4,18	-27,77	-5,56
-0,95	2,84	4,20	-29,01	-4,32
-1,35	2,66	4,28	-33,56	-4,09
-1,80	2,66	4,37	-38,74	-3,98
-2,20	2,66	4,45	-43,43	0,71
-2,60	2,66	4,52	-48,21	0,31
-3,05	2,70	4,61	-53,78	0,85
-3,15	2,65 / 3,85	4,63	-55,01	2,08
-3,45	3,39	4,69	-60,07	1,96
-3,85	3,08	4,77	-66,11	-2,18
-4,00	3,05	4,80	-68,29	0

Les résultats du calcul de l'effort de cisaillement associé V_n^* et du cisaillement correspondant τ_n^* dus aux contraintes normales de flexion générale $-\sigma$ équilibrant les efforts ancrés dans la section S_A sont les suivants :


 Fig. 66 - Effort de cisaillement V_n^*

2.2.3 – Détermination des contraintes et des efforts dus à l'effort tranchant vertical

Pour cet ouvrage, on ne peut pas simplifier les calculs en négligeant les effets de la réaction d'appui et des autres efforts verticaux, à savoir, la composante verticale des câbles ancrés, les charges permanentes réparties et la courbure des câbles.

Le bloc est soumis aux efforts suivants :

- R réaction d'appui
- Ft_A composante verticale des câbles en section d'ancrage (selon coupure)
- n effort dû à la courbure des câbles $\frac{F}{r}$
- Ft_C composante verticale des câbles à l'intersection avec la coupure
- le cisaillement $-\tau_V$ équilibrant Ft_R , composante verticale des câbles en section régularisée
- $-g$ $-g'$ charges réparties de poids propre et d'équipements

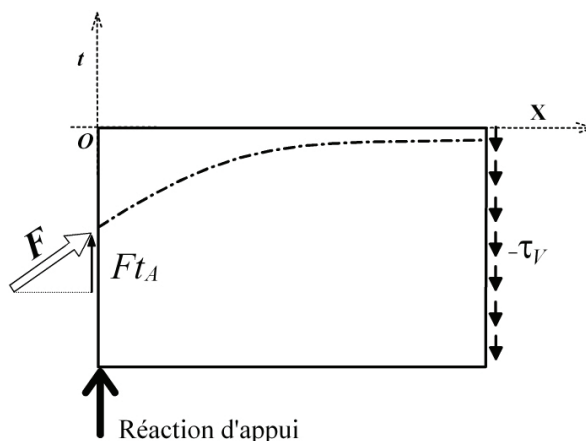


Fig. 67 - Actions s'exerçant sur un tronçon

Le cisaillement sur la face S_R équilibre donc l'effort total : $V_{SR} = R + Ft_R - (g + g')$

Sur chaque bloc étudié, la résultante de ce cisaillement vaut : $Z = \int_{-t}^0 -\tau_V(t) \times e(t) \times dt$

L'effort normal sur la coupure vaut : $N^* = -(Z + Ft_A + n)$ avec $n = Ft_R - Ft_C$ lorsque le câble traverse la coupure [sinon, cela revient à $N^* = -(Z + Ft_R)$].

La réaction d'appui vaut $R = 10,13$ MN pour une demi-section (valeur permanente des efforts à l'ELU).

Câbles	Position / base en S_A	α	Ft_A
A à F	3,40	12°	4,88
K – L	3,40	0,8°	0,145
S	2,85	0°	0
R	2,40	0,4°	0,035
I	1,60	-4,4°	-0,40
P	1,15	0°	0
J	0,75	-1,3°	-0,12
G – H – T	0,35	-6° -0°	-0,83

Les câbles sont inclinés (voir début paragraphe 2). Leurs composantes sont indiquées ci après :

La composante totale vaut $Ft_A = 3,71$ MN.

En section régularisée ($x = 2,00$ m), les câbles supérieurs A à F ont encore une certaine inclinaison : avec un rayon de courbure d'environ 20 mètres, l'inclinaison est de 6,4° d'où une composante de 2,575 MN. Les autres câbles sont tous horizontaux dans cette section.

La résultante est donc $Ft_R = 2,575$ MN.

Les charges réparties g et g' étant uniformément appliquées sur la longueur du tronçon, on calcule leur action par :

g poids propre, vaut $\varpi \times dS$, d'où $N_g^* = \varpi \times B(z)$;

g' équipements, appliqué sur le dessus de la structure, le N^* correspondant est donc constant sur toute la hauteur.

Elles sont donc égales à :

$g = 0,789$ MN/m (on est en section massive)

$g' = 0,055$ MN/m

Avec la longueur de régularisation de 2,00 m, cela donne : $g = -1,065$ MN et $g' = -0,074$ MN pour une demi-section (valeurs ELU).

En conséquence, le cisaillement général en section S_R doit équilibrer l'effort tranchant $V_{SR} = R + Ft_R - (g + g') = 11,56$ MN.

L'intégration de ce cisaillement vertical le long de la section d'ancrage entraîne un effort normal associé sur la coupure horizontale, (effort de compression ici).

L'effet de toutes les forces situées à gauche de la section S_R est un moment égal à $F \times \text{bras de levier}$. Ce moment entraîne un cisaillement associé au niveau de la coupure t_c : τ_v^*

Pour l'effet des charges réparties g et g' le bras de levier par rapport à S_R est égal à $L_R/2$ alors que pour les charges R et Ft_A , il est égal à L_R . Pour l'effet de la courbure des câbles, on peut l'assimiler, pour simplifier, à une charge répartie entre S_A et S_R et donc avec un bras de levier moitié de L_R également.

Selon les règles habituelles de la RdM, le cisaillement associé τ_v^* vaut : $\tau_v^* = -\tau_{V_{SR2}}(t_c)$ en appelant $\tau_{V_{SR2}}(t_c)$ le cisaillement général sur la section verticale, calculé à partir d'un effort tranchant équivalent $V_{SR2} = R + Ft_R - n/2 - (g + g')/2 = 12,70$ MN (n étant l'effort dû à la courbure des câbles).

Pour éclairer le discours, on étudie le cas de la coupure au-dessus de la ligne des ancrages A à F, K et L. Ces câbles traversent cette coupure située à -0,40 m de l'extrados.

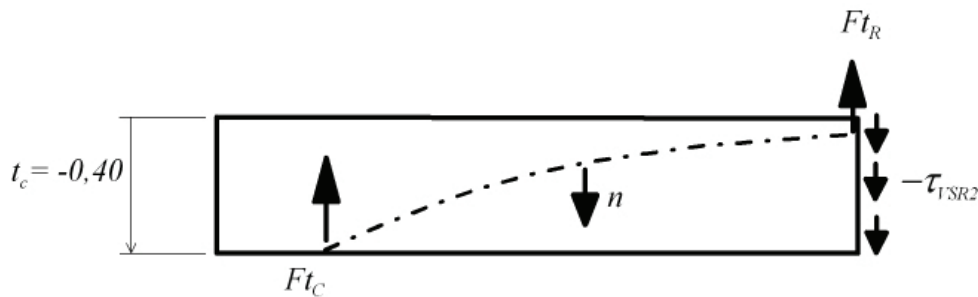


Fig. 68 - Actions sur un bloc intermédiaire

Calcul de l'effort N^*

L'intersection avec cette coupure se fait avec une tangente égale à 0,158 ($\sim 9^\circ$), ce qui conduit à un effort $Ft_C = 3,64$ MN. D'où un effort $n = Ft_R - Ft_C = -1,06$ MN.

Intégration du cisaillement $-\tau_{V_{SR}}(t) = -\tau_{11,56}$ variant de 0 à -0,21 MPa : $Z = -0,460$ MN

Effet des charges g et $g' = -0,074 - 0,224 = -0,30$ MN

L'effort sur la coupure vaut $N^* = -Z - (g + g') - n = +0,46 + 0,30 + 1,06 = 1,82$ MN

Calcul du cisaillement associé τ^*

Le cisaillement τ_v^* est calculé à partir de V_{SR2} comme indiqué ci-dessus. Il vaut 0,23 MPa.

Le cisaillement dû à l'effort normal longitudinal vaut $\tau_n^* = \frac{13,46}{8,03 \times 2} = 0,84$ MPa.

Le cisaillement total vaut donc $\tau^* = 0,84 + 0,30 = 1,14$ MPa

Les calculs complets sont résumés ci après.

On vérifie que l'on retrouve bien la réaction d'appui lorsque l'on arrive à l'intrados.

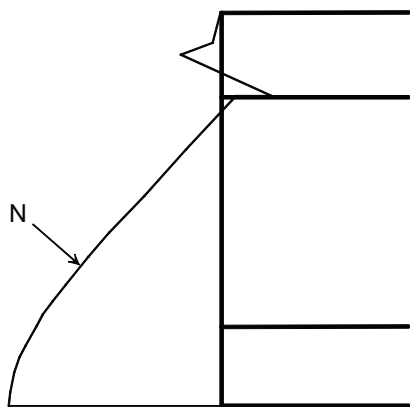


Fig. 69 - Effort normal sur les coupures

t_c (m)	$-\tau_v$ (MPa)	Z_v	$Z_{g+g'}$	Ft_A	n	N^* (MN)	$e(t)$ (m)	σ^* (MPa)
0	0,0	0	-0,07			0,07	8,40	0,0
-0,25	-0,17	-0,18	-0,22			0,40	8,40	0,02
-0,40	-0,27	-0,22	-0,30		-1,06	1,82	8,03	0,11
-0,80	-0,49	-1,64	-0,51	5,02		-1,81	7,42	-0,12
-0,85	-0,51 / -1,21	-1,83	-0,53		-1,39	-0,22	7,34 / 3,09	-0,01 / -0,03
-0,95	-1,36	-2,21	-0,55			0,19	2,84	0,03
-1,35	-1,53	-3,80	-0,62	0	0	1,85	2,66	0,35
-1,80	-1,54	-5,65	-0,70	0,04	-0,04	3,78	2,66	0,71
-2,20	-1,46	-7,25	-0,78			5,45	2,66	1,02
-2,60	-1,31	-8,73	-0,85	-0,40	0,40	7,01	2,66	1,32
-3,05	-1,03	-10,15	-0,93	0	0	8,51	2,70	1,58
-3,15	-0,98 / -0,67	-10,42	-0,95	-0,12	0,12	8,80	2,65 / 3,85	1,66 / 1,14
-3,45	-0,51	-11,07	-1,02			9,52	3,39	1,40
-3,85	-0,16	-11,52	-1,11	-0,83	0,83	10,06	3,08	1,63
-4,00	0,0	-11,56	-1,14			10,125	3,05	1,66

Le cisaillement de diffusion globale τ^* est résumé ci-après.

t_c	τ_n^*	τ_v^*	τ^*
0	0	0	0
-0,25	0,50	0,19	0,69
-0,40	0,84	0,30	1,14
-0,80	-0,48	0,54	0,06
-0,85	-0,38 / -0,90	0,56 / 1,34	0,18 / 0,44
-0,95	-0,76	1,49	0,73
-1,35	-0,77	1,68	0,91
-1,80	-0,75	1,69	0,94
-2,20	0,14	1,60	1,74
-2,60	0,06	1,44	1,50
-3,05	0,16	1,13	1,29
-3,15	0,39 / 0,27	1,08 / 0,74	1,47 / 1,01
-3,45	0,29	0,56	0,85
-3,85	-0,35	0,18	-0,17
-4,00	0	0	0

Rappel : Convention de signes

Pour un effort tranchant positif $V > 0$ on a :

$$-\tau_v < 0 \qquad N^* > 0 \qquad \tau_v^* > 0$$

Les justifications se font sur la contrainte $|\tau^*| - \sigma^*$ et la section d'armatures est calculée à partir de l'effort $|V^*| - N^*$.

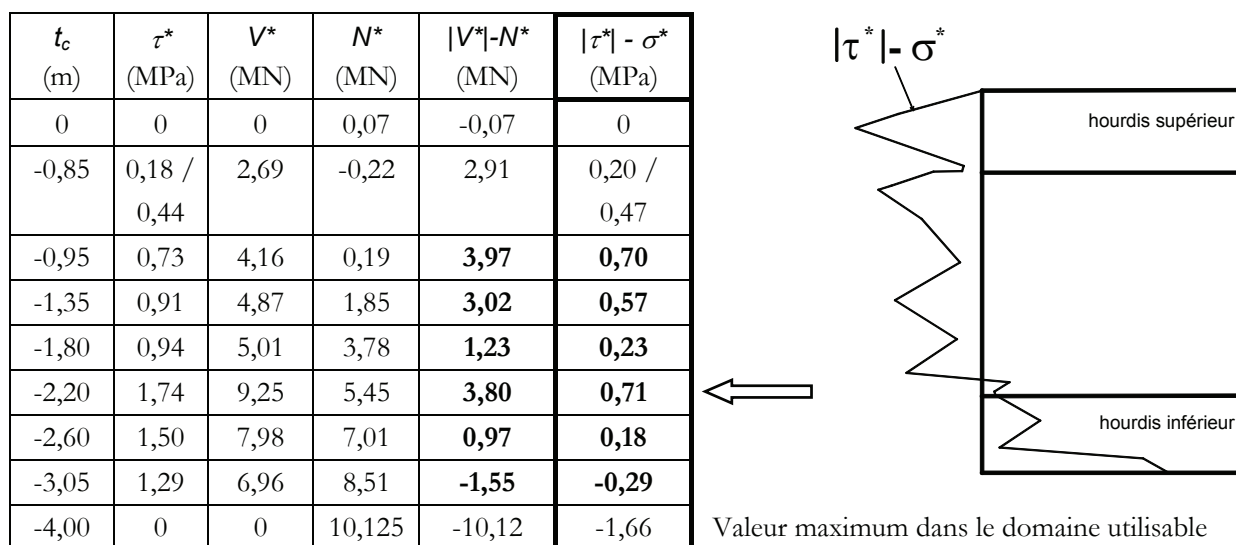


Fig. 70 – Contrainte sur les coupures

Remarque

A titre d'information, on présente ci-dessous le résultat d'un calcul simplifié négligeant la variation de position des câbles en section S_R et donc Ft_R .

On détermine alors les efforts à partir de $V_{R+FtA} = 12,70$ MN

Le maximum reste sur la coupure déterminante en $t_c = -0,95$ m (effort maximum) :

t_c	τ_n^*	τ_v^*	τ^*	V^*	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
-0,95	-0,76	1,56	0,80	4,53	-2,05	-0,36	6,58	1,16

A comparer avec les valeurs de $|V^*| - N^* = 3,97$ MN et de $|\tau^*| - \sigma^* = 0,70$ MPa. La différence est, cette fois-ci, non négligeable.

Les résultats sont inversés si l'on néglige tous les efforts répartis $g + g'$ et n : on détermine alors les efforts à partir de $V_{R+FtA} = 13,84$ MN.

Et les valeurs résultantes sont égales à $|V^*| - N^* = 7,29$ MN et $|\tau^*| - \sigma^* = 1,28$ MPa.

On ne peut donc échapper, pour ce type de structure, à l'étude complète du système.

2.2.4 – Justifications des contraintes

La mise en tension de l'ensemble des câbles est considérée avec la résistance à 28 jours, soit $f_{ck} = 45$ MPa.

On vérifie ici que, pour le bord du bloc d'impact des ancrages supérieurs, il n'y a aucun problème, l'entretoise d'extrémité étant très largement dimensionnée du point de vue de la diffusion verticale :

$$|\tau^*| - \sigma^* = 0,71 \text{ MPa} < f_{csd} = 3,19 \text{ MPa}$$

Si l'on rapporte les efforts à une section coupée **droite**, la section passant de $(1,75 + 0,91) \times 2,00$ à $(1,75 + 0,50) \times 2,00 = 4,50$ m², la contrainte devient : 0,83 MPa.

2.2.5 – Armatures d'équilibre général

On calcule les armatures d'équilibre général :

$$A_{sc\ red} = \frac{3,97}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{0,70}{3,19}} \right) = 91,15 \times 0,57 = 52,39 \text{ cm}^2 \text{ pour la moitié du caisson}$$

NOTA

Si l'on se ramène à la section coupée droite comme indiquée en 2.2.4, la section d'armatures passe à 55,4 cm², ce qui reste très proche de la valeur ci-dessus. L'approximation que l'on a faite en considérant une coupure générale horizontale est donc valable. En revanche, le calcul effectué en négligeant les charges réparties conduit à 103 cm², ce qui est, cette fois-ci, complètement différent.

2.2.6 – Répartition des armatures

Comme il a été indiqué plus haut, le calcul de la diffusion dans le plan vertical a été simplifié avec des coupures horizontales au niveau des voiles. Les efforts obtenus passent très facilement en raison de l'importante quantité de matière présente à l'about et de la bonne répartition des ancrages sur toute la hauteur de la section. Les armatures correspondantes sont de section limitée. Quant aux voiles, leur étude se fait dans le cas de la diffusion perpendiculaire. Pour ces raisons, en particulier géométriques, on placera toutes les armatures calculées dans l'âme verticale, se plaçant alors dans le sens de la sécurité, et les voiles seront, eux, traités ultérieurement.

Les armatures de première zone (§ 2.1) ne concernent qu'une seule ligne d'ancrages verticale. On lui prendra la valeur maximum de $A_e = 20,59 \text{ cm}^2$ sur une longueur de $1,2c = 0,48 \text{ m}$ (on pourrait estimer que sur la ligne d'ancrages l'effet de l'excentricité est plus faible, mais cela reste marginal). La densité correspondante est de $43 \text{ cm}^2/\text{m}$.

C'est à comparer avec les armatures calculées ci-dessus (§ 2.2.5) soit $A_{sc\ red} = 52,39 \text{ cm}^2$

On doit placer au minimum $2/3 A_c$ sur le premier tiers de L_R , soit $L_R/3 = 0,67 \text{ m}$. On remarque que cette longueur est à peine plus importante que celle du bloc d'impact.

Il faut donc mettre $2/3 \times 52,39 = 34,93 \text{ cm}^2$ soit $52 \text{ cm}^2/\text{m}$, densité un peu supérieure à celle du bloc d'impact. C'est cette densité homogène que l'on conservera. Sur le deuxième tiers de la longueur de régularisation, on mettra en place la moitié de cette densité.

Récapitulation :	première zone et diffusion	$A_c = 34,93 \text{ cm}^2$ sur $0,67 \text{ m}$
	diffusion	$A_c = 17,47 \text{ cm}^2$ sur $0,67 \text{ m}$

Disposition : on dispose des cadres comme armatures, ce qui représente deux sections d'acier. On peut disposer, sur une largeur double des rectangles d'impact, 2 cadres ; en utilisant du HA 20, cela conduit à $12,56 \text{ cm}^2$ par plan. On doit donc disposer 3 séries de cadres HA 20 sur $0,67 \text{ m}$, soit un espacement d'environ 30 cm dans la première zone et passer à du HA16 ensuite.

3 – Diffusion dans le plan horizontal

La longueur de régularisation est égale à (d = distance entre bords des rectangles d'impact) :

$$L_R = \max \left\{ \begin{array}{l} H-d = 16,80 - 14,42 = 3,38 \text{ m} \\ H/2 = 8,40 \text{ m} \end{array} \right\} = 8,40 \text{ m}$$

3.1 – Prisme local

Les sections de base sont $17,88 \text{ cm}^2$ pour le 19T15.

Pour l'étude de l'effet de bord, seuls les ancrages dans l'âme sont à considérer.

câbles 19T15 Ils sont ancrés à $0,45 \text{ m}$ du bord.

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{0,45 \left(\frac{3}{1,75} + \frac{1}{0,40} \right)}} = 1,027 \quad \text{On obtient donc : } A_e = 18,36 \text{ cm}^2 \text{ réparti sur } 0,48 \text{ m.}$$

3.2 – Justification vis-à-vis de l'équilibre général de diffusion

3.2.1 – Détermination des coupures et diagramme de l'effort de cisaillement dû à l'effort normal

Dans cet exemple, la longueur de régularisation est suffisamment importante ($L_{Rh} = 8,40 \text{ m}$) pour que cette section de régularisation soit une section *courante*.

Il est donc nécessaire de recalculer le diagramme de contrainte dans le plan vertical. On aboutit à $\sigma_{\text{sup}} = 10,65 \text{ MPa}$ et $\sigma_{\text{inf}} = 12,88 \text{ MPa}$ (entièrement différent du calcul pour la diffusion verticale – voir § 2.2.1). Les contraintes sont uniformes dans le plan horizontal du fait de la parfaite symétrie de la structure et des efforts appliqués.

Les coupures verticales se situent aux points de changement du contour. Comme précédemment, on distingue l'encorbellement d'une part, et pour le côté intérieur du caisson, le hourdis supérieur et le hourdis inférieur séparément.

Ce tablier comporte une entretoise d'about importante : pour les coupures situées côté intérieur du caisson, l'épaississement a une longueur de $3,50 \text{ m}$ bien plus faible que la longueur de régularisation $L_R = 8,40 \text{ m}$; pour le voile extérieur, l'épaississement de $0,50 \text{ m}$ ne règne que sur une longueur d'environ $1,90 \text{ m}$.

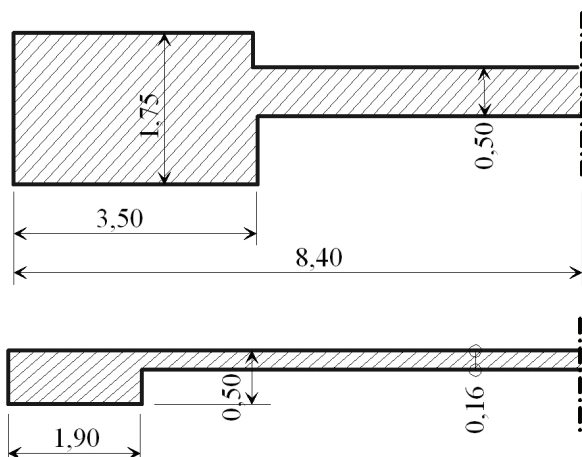


Fig. 71 - Epaisissements d'about

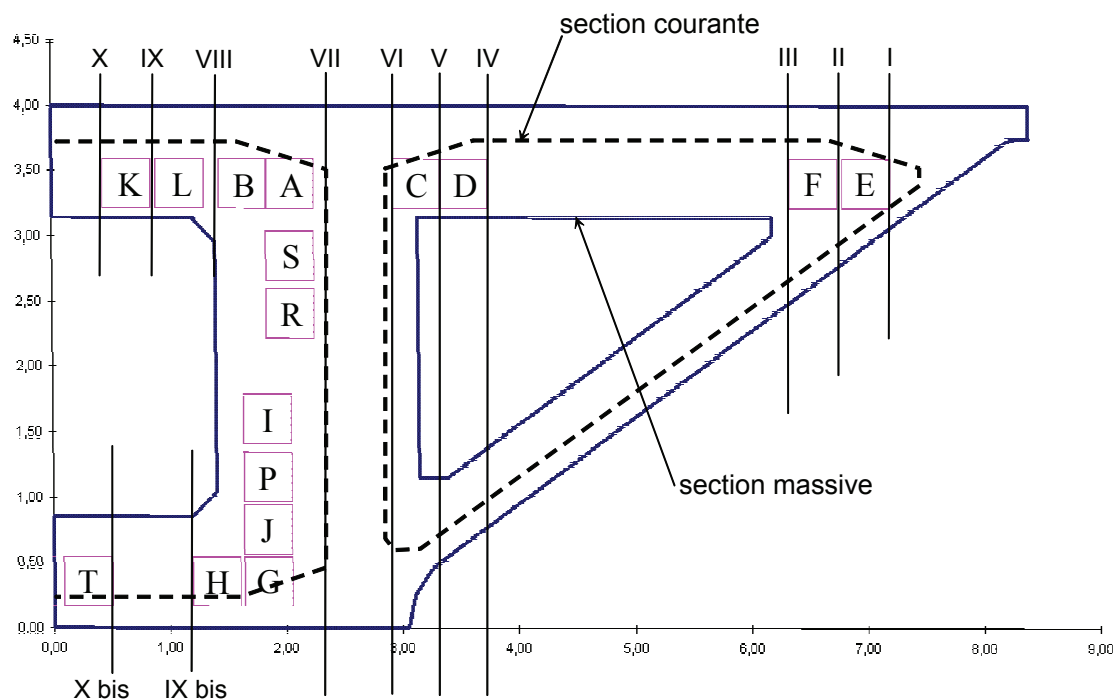


Fig. 72 - Coupures verticales

On définit donc les coupures verticales suivantes en relation avec les ancrages.

Bien entendu, s'y ajoutent tous les points remarquables des contours (de la section courante comme de la section massive). On ne s'intéresse pas aux coupures traversant les blocs d'impact. Enfin, une dernière coupure à vérifier (VII), celle entre les blocs des ancrages A-S-R-I-P-J-G et l'âme en partie courante, car les contraintes normales et le flux de cisaillement s'appliquent sur la section *courante* et donc sur des hourdis (à la naissance des goussets) séparés, alors que les armatures sont à répartir en première zone dans l'entretoise d'about sur toute la hauteur du tablier.

	Encorbellement			
	t_c (m)	Désignation	e0	e1
	0	bord extérieur du tablier	0,25	0,25
I	-1,190	bord du bloc d'impact de l'ancrage E	0,363 + 0,191	0,938
II	-1,687	milieu entre ancrages E et F	0,23 + 0,191	1,265
III	-2,200	fin du gousset renforcé d'about (et bord ancrage F)	-d°-	1,602
IV	-4,650	bord d'ancrage D	-d°-	0,850 + 0,598
V	-5,050	milieu entre ancrages D et C	-d°-	-d°-
VI	-5,450	bord d'ancrage C	0,403 + 0,600	4,000

Hourdis central - hourdis supérieur			
	t_c (m)	Désignation	
			e_0 e_1
	0	axe du tablier	0,23 0,85
X	-0,45	bord du bloc d'ancrage K	0,23 0,85
IX	-0,875	milieu entre ancrages K et L	0,23 0,85
VIII	-1,400	bord intérieur de l'entretoise	0,23 1,050 / Ame
VII	-2,350	bord intérieur de l'âme courante	0,43 Ame

Hourdis central - hourdis inférieur			
	t_c (m)	Désignation	
			e_0 e_1
	0	axe du tablier	0,25 0,85
Xbis	-0,34	bord du bloc ancrage T	0,25 0,85
IXbis	-1,200	bord du bloc ancrage H	0,25 0,85

Côté hourdis central, pour les coupures traversant l'âme épaissie, on évalue les efforts dus aux deux hourdis supérieur et inférieur sachant que, par raison de symétrie, l'effort X est nul sur l'axe. On calcule alors le cisaillement et l'effort normal associé sur la section unique, et l'on en tire les sections d'armatures nécessaires.

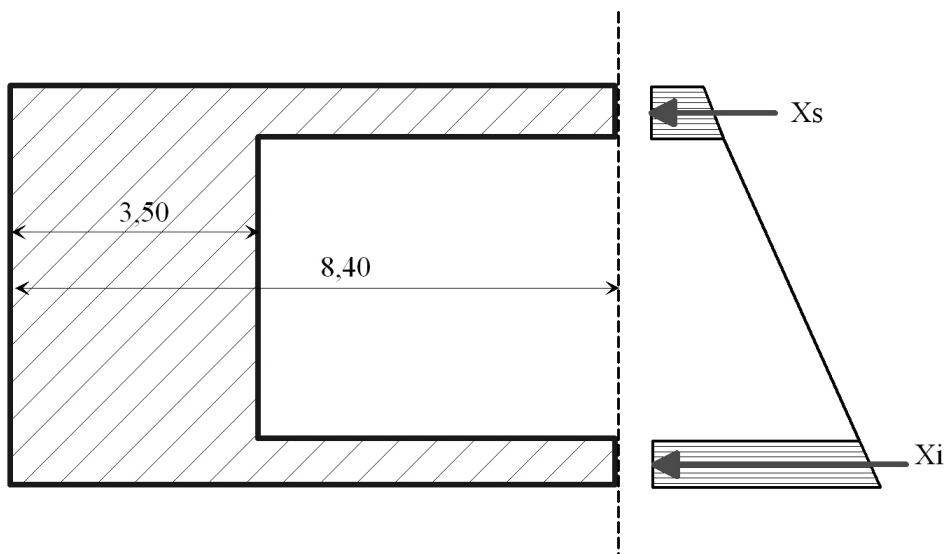


Fig. 73 - Action des contraintes normales sur coupures avec épaisseur commun

Pour les hourdis bien différenciés (jusqu'à $t_c = -1,40$ m), on placera dans chacun les armatures calculées séparément.

Côté "encorbellement", le calcul dans la zone du voile incliné est plus délicat : le nœud d'extrémité entraîne une hyperstaticité, ce qui ne permet pas de déterminer directement les efforts dans chaque élément (hourdis supérieur et voile). Cette hyperstaticité reporte les efforts d'un hourdis sur l'autre. Pour résoudre le problème, il est nécessaire de réaliser un modèle transversal sur lequel appliquer les contraintes normales longitudinales et en tirer les efforts tranchants qui deviennent des cisaillements longitudinaux. Cette détermination concerne les coupures entre III et VI.

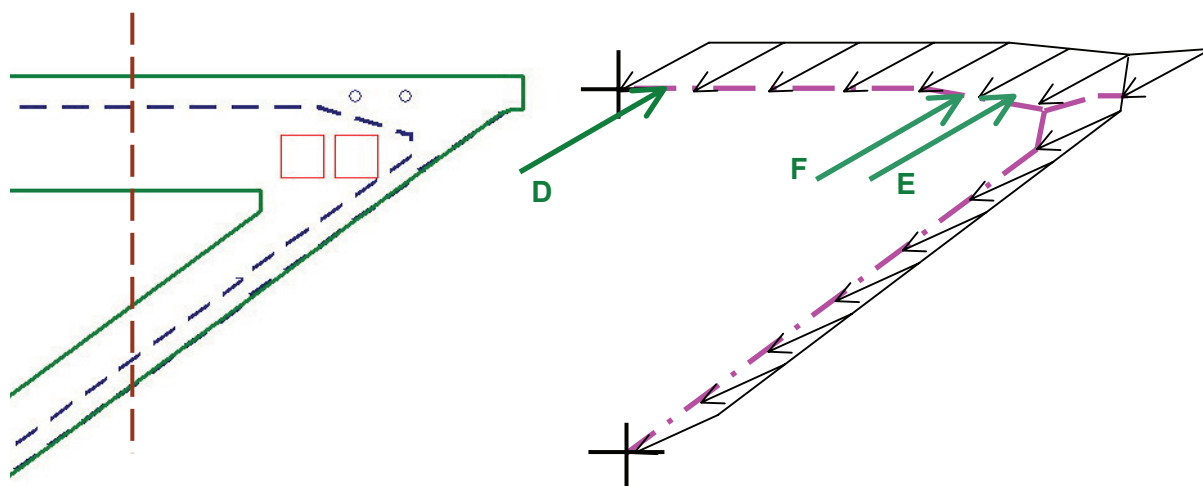


Fig. 74 - Modélisation pour la répartition des efforts de cisaillement dus à l'effort normal

Encorbellement

	t_c	e_s (m)	σ_{s1} (MPa)	σ_{s2} (MPa)	X_s (MN)	e_i (m)	σ_{s1} (MPa)	σ_{s2} (MPa)	X_s (MN)	Fn_A	V_n^* (MN)	τ_n^* (MPa)
	0	0,25	10,65	10,79	0						0	0
	-0,937	0,771	id	11,08	-4,76					-	4,76	0,73
I	-1,190	0,363	id	10,85	-5,84	0,191	10,98	11,08	-0,53	-	6,38	1,18
II	-1,687	0,23	id	10,78	-7,42	id	11,25	11,36	-1,60	4,06	4,96	0,96
III	-2,200	0,23	id	10,78	-8,69	Id	11,44	11,54	-2,71	3,56	3,78	0,65
Zone intermédiaire (voir ci-dessous)												
VI	-5,450	0,403	id	10,88	-13,84	0,600	12,54	12,88	-10,87	4,13	9,42	0,50

Zone des hourdis et voile séparés

	t_c	e_s	σ_{s1}	σ_{s2}	X_s	Fn_A	V_n^*
IV	-4,650	0,23	id	10,78	-13,85	-	8,00
V	-5,050	0,297	id	10,82	-14,78	3,71	5,24
	t_c	e_i	σ_{s1}	σ_{s2}	X_i	voir nota	V_n^*
IV	-4,650	0,191	12,33	12,44	-4,96	-	8,34
V	-5,050	id	12,48	12,59	-11,14	-	9,29

NOTA : là encore, seul le modèle indiqué ci avant permet de déterminer la répartition des efforts d'ancrage entre les deux éléments. La seule colonne importante est celle de l'effort résultant V_n^* .

Côté intérieur

		supérieur							
	t_c	e_0	σ_{s1}	σ_{s2}	Xs	Fn_A	V_n^*	e_1 (bloc d'ancrage)	τ_n^*
	0	0,23	10,65	10,78	0		0	0,85	0
X	-0,45	0,23	id	id	-1,11	-	1,11	0,85	0,27
IX	-0,875	0,23	id	id	-2,16	5,18	-3,03	0,85	-0,74
VIII	-1,400	0,23	id	id	-3,45	5,18	-6,92	0,85	-1,44

		inférieur							
	t_c	e_0	σ_{i1}	σ_{i2}	Xi	Fn_A	V_n^*	e_1 (bloc d'ancrage)	τ_n^*
	0	0,25	12,74	12,88	0		0	0,85	0
X bis	-0,34	0,25	id	id	-1,09	2,23	-1,14	0,85	-0,27
IX bis	-1,200	0,25	id	id	-3,84	-	1,61	0,85	0,38

A partir de cette abscisse, les coupures traversent l'âme : l'effort tangent V_n^* intéresse l'ensemble de la coupure.

		supérieur				inférieur				Fn_A	V_n^* total	e_1	τ_n^*
	t_c	e_0	σ_{s1}	σ_{s2}	Xs	e_0	σ_{i1}	σ_{i2}	Xi				
VII	-2,350	0,43	10,65	10,89	-7,32	0,45	12,63	12,88	-8,49	40,39	-37,19	4,00	-2,03

3.2.2 – Détermination des contraintes et des efforts dus à l'effort tranchant vertical

Comme déjà indiqué au paragraphe précédent, cette structure hyperstatique ne peut être étudiée simplement à partir de la relation classique $\tau_n = \frac{V \times \mu(x)}{I_{Gx} \times e(x)}$ car il n'est pas possible d'affecter de manière univoque le moment statique correspondant.

On doit donc passer par un calcul de flux de cisaillement (de type CDS ou analogue) pour déterminer dans chaque branche la valeur de ce flux, et donc celle du cisaillement correspondant.

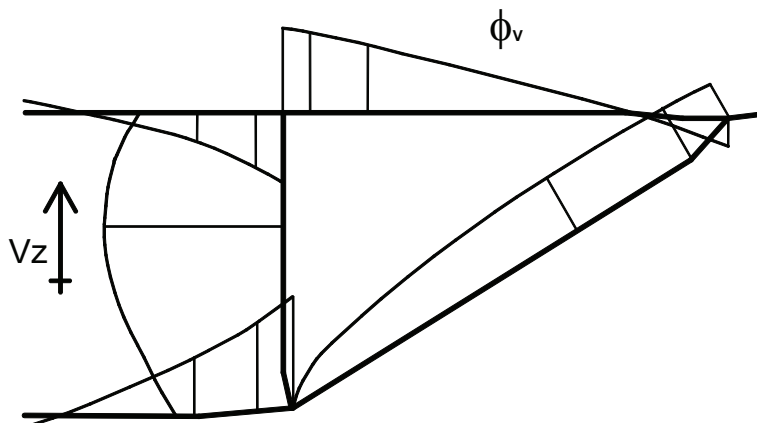


Fig. 75 - Flux de cisaillement dus à un effort vertical unitaire

A l'extrémité de la barre 3 (cf. Fig. 75), ce flux vaut : 0,03610 MN/m. Cela correspond à un cisaillement (pour un effort unitaire) de $\tau_v = \frac{0,03610}{0,16} = 0,226$ MPa.

Pour cette structure, l'effet des charges réparties est d'autant moins négligeable que la longueur de régularisation est importante, égale à 8,40 m. Par simplification on ne prend en compte que la section courante (sans le poids de l'entretoise). La charge de poids propre vaut : $q = S \times \varpi = 11,85 \times 0,025 = 0,296$ MN/m.

Cela conduit à un effort de $g + g' = -(0,296 + 0,055) \times 8,40 \times 1,35 = -3,98$ MN (valeur ELU), à comparer avec la réaction d'appui $R = 20,25$ MN et la composante verticale des câbles $Ft = 7,42$ MN (pour la section complète).

Mais dans la section S_R , l'effort tranchant des câbles est nul, la courbure ayant annulé la composante en S_A . L'effort résultant est égal à :

$$V_{SR} = R + (Ft_A - n - Ft_R) - (g + g') = 10,13 + 0 - 1,99 = +8,13 \text{ MN par demi-section.}$$

D'où un cisaillement correspondant à l'extrémité de la barre 3 égal à $\tau_v = 0,226 \times (2 \times 8,13) = 3,67$ MPa.

L'effort normal sur la coupure résulte de l'intégration de ce cisaillement ($N^* = \int_{-z_c}^0 \tau_v \times dS = \int_{-z_c}^0 \Phi_v \times dx$), mais l'hyperstaticité de la structure impose un calcul complet pour obtenir les réactions hyperstatiques. On utilise alors un programme classique de calcul à barres.

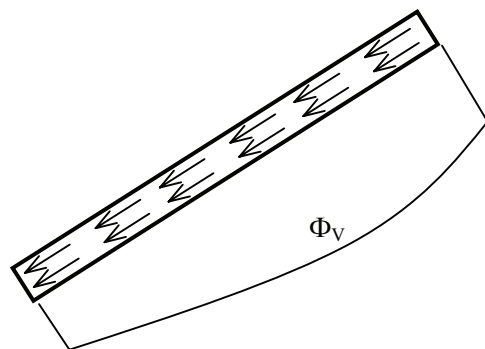
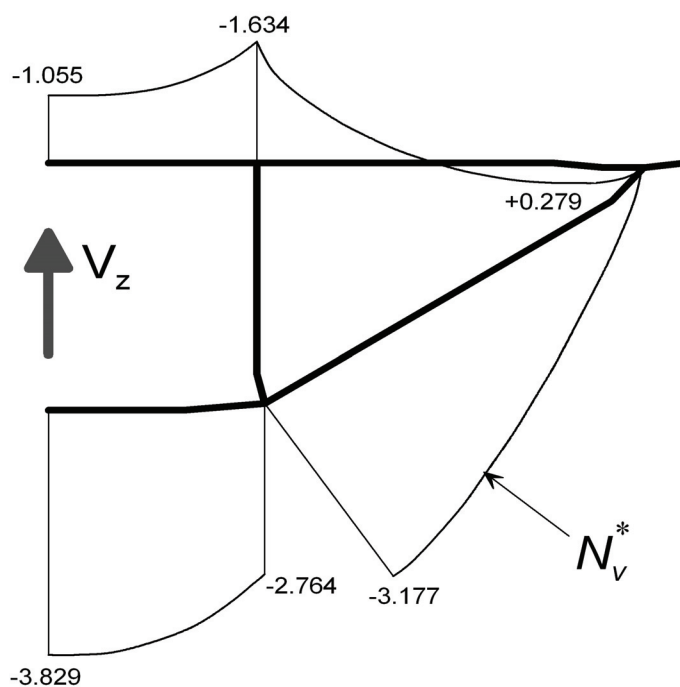


Fig. 76 - Taux de cisaillement dans la voile inclinée

On peut observer (cf. Fig. 75) que le flux de cisaillement s'inverse dans le hourdis supérieur, l'origine étant pratiquement en début de gousset extérieur (abscisse coupure II). Le flux part vers l'encorbellement, puis redescend dans la voile inclinée.



Les principaux résultats sont présentés sur la figure 77, l'effort normal est maximum dans l'axe du tablier, dans le hourdis inférieur, et conséquence de l'allure du flux, cet effort normal change de signe dans le hourdis supérieur dans la zone extérieure à l'âme.

Fig. 77 - Effort normal dans les barres dû au cisaillement équilibrant l'effort tranchant V_{SR}

Tous calculs faits, on obtient les cisaillements horizontaux et les efforts normaux sur les coupures suivantes :

"Encorbellement" (zone à l'extérieur des âmes verticales)

	t_c	es (m)	τ_v (MPa)	N^*_v (MN)	ei droite	τ_v (MPa)	N^*_v (MN)
	0	0,25	0	0			
	- 0,937	0,771	-0,43	-0,20			
I	- 1,190	0,363	0,29		0,16	-2,86	0,24
II	- 1,687	0,23	0		0,16	-3,02	0,46
III	- 2,200	0,23	-0,50		0,16	-3,09	0,77
IV	- 4,650	0,23	-2,05	0,77	0,16	-2,03	2,95
V	- 5,050	0,297	-1,87	0,96	0,16	-1,64	3,12
VI	- 5,450	0,403	-3,22		0,600	0,90	3,94

Rappel : pour les coupures I - II - III et VI, l'effort normal associé N^* résulte de la somme des cisaillements sur les deux parois (en S_R) en raison du bossage commun aux deux parois du côté de l'about.

Côté intérieur

supérieur				
	t_c	e_0 (m)	$-\tau_v$ (MPa)	N^*_v (MN)
	0	0,23	0	1,06
X	-0,45	0,23	-0,42	1,14
IX	-0,875	0,23	-0,82	1,21
VIII	-1,400	0,23	-1,31	1,30
VII	-2,350	0,43	-1,33	

inférieur				
		e_0 (m)	$-\tau_v$ (MPa)	N^*_v (MN)
	0	0,25	0	3,83
Xbis	-0,34	0,25	0,51	3,73
IXbis	-1,200	0,25	1,80	3,47
		0,45	2,16	4,38

Pour le calcul du cisaillement associé τ_v^* dû aux charges réparties, le bras de levier est la moitié de L_{Rh} . L'effort tranchant résultant vaut donc $V_{SR2} = 9,13$ MN.

Rappel

En fonction des repères utilisés, pour un effort tranchant positif $V > 0$ on obtient :

Diffusion verticale	Diffusion horizontale	
	encorbellement et hourdis supérieur	hourdis inférieur
$-\tau_v < 0$	$-\tau_{hv} < 0$	$-\tau_{hv} > 0$
$N^* > 0$	$N^* > 0$	$N^* < 0$
$\tau_v^* > 0$	$\tau_v^* > 0$	$\tau_v^* < 0$

$-\tau_{hv}$ est le cisaillement horizontal d'équilibre appliqué sur la section de régularisation lié à l'effort tranchant vertical général V .

3.2.3 – Récapitulation et justification des contraintes

Les résultats sur les principales coupures sont les suivantes :

Encorbellement

	t_c	τ_n^*	τ_v^*	τ^*	V^*	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
I	-1,190	1,18	0,90	2,08	11,20	0,24	0,04	10,96	2,04
II	-1,687	0,96	1,24	2,20	11,33	0,46	0,09	10,87	2,11
III	-2,200	0,65	1,30	1,95	11,27	0,77	0,13	10,50	1,82
Hourdis supérieur									
IV	-4,650	2,57	1,72	4,29	13,34	0,68	0,22	12,67	4,07
V	-5,050	1,48	1,78	3,26	11,54	0,96	0,27	10,58	2,99
Voile incliné									
IV	-4,650	4,19	1,85	6,04	12,02	2,95	1,48	9,08	4,56
V	-5,050	4,67	1,50	6,17	12,27	3,12	1,57	9,15	4,60

Côté intérieur

supérieur									
	t_c	τ_n^*	τ_v^*	τ^*	V^*	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
X	-0,45	0,27	0,22	0,49	2,03	1,14	0,28	0,89	0,22
IX	-0,875	-0,74	0,44	-0,30	-1,25	1,22	0,30	0,03	0,01
VIII	-1,400	-1,44	0,59	-0,85	-4,06	1,30	0,27	2,76	0,57
inférieur									
X bis	-0,34	-0,27	-0,29	-0,56	-2,34	3,73	0,89	-1,39	-0,33
IX bis	-1,200	0,39	-1,01	-0,62	-2,62	3,47	0,83	-0,85	-0,20
ensemble									
	-1,600	-0,55	-0,15	-0,70	-11,44	4,69	0,31	6,75	0,39
VII	-2,35	-2,03	-0,21	-2,24	-40,97	4,38	0,27	36,59	1,97

On constate deux difficultés au niveau de "l'encorbellement", c'est-à-dire à l'extérieur des âmes verticales : le taux de contraintes est très élevé, voire dépasse la contrainte limite. Cela se comprend aisément, en particulier pour les voiles dont l'épaisseur n'est que de 0,16 m.

$|\tau^*| - \sigma^* = 4,60 \text{ MPa} > f_{csd} = 3,19 \text{ MPa}$ dans le voile et $|\tau^*| - \sigma^* = 4,07 \text{ MPa}$ dans le hourdis supérieur. En conclusion, ça ne passe pas en l'état !

Remarque

Le calcul a été présenté dans cette première phase pour montrer la nécessité d'une **précontrainte transversale**, mise en place à la fois dans le hourdis supérieur et dans le voile incliné (cette dernière se prolongeant dans le hourdis inférieur central, les câbles étant des câbles "bateaux").

Calcul avec précontrainte transversale

Il est mis en place une précontrainte transversale constituée de monotorons T15 :

- 26 monotorons dans le hourdis supérieur, à l'espacement de 0,15 m répartis sur une longueur d'environ 4 mètres ;
- 15 monotorons "bateau" dans les voiles et le hourdis inférieur, concentrés dans l'épaississement d'une longueur de 2,30 m.

Du fait de la grande rigidité de la structure, l'effort des câbles du hourdis supérieur passe entièrement dans ce dernier. Cette précontrainte apporte l'effort normal suivant dans les différents éléments (cet élément étant favorable, l'effort n'est pas pondéré par 1,2) :

$N = 4,39 \text{ MN}$ dans le hourdis supérieur

$N = 2,55 \text{ MN}$ dans les voiles et le hourdis inférieur

Les tableaux précédents deviennent (le calcul de V étant inchangé) :

	t_c	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
I	-1,190	4,63	0,86	6,57	1,22
II	-1,687	4,85	0,94	6,48	1,26
III	-2,200	5,16	0,89	6,11	1,06
Hourdis supérieur					
IV	-4,650	5,27	1,63	8,28	2,66
V	-5,050	5,35	1,51	6,19	1,75
Voile incliné					
IV	-4,650	5,50	2,76	6,53	3,28
V	-5,050	5,67	2,85	6,60	3,32

Côté intérieur

supérieur					
	t_c	N^*	σ^*	$ V^* - N^*$	$ \tau^* - \sigma^*$
X	-0,45	5,53	1,35	-3,50	-0,85
IX	-0,875	5,60	1,37	-4,36	-1,06
VIII	-1,400	5,69	1,19	-1,63	-0,34
inférieur					
X bis	-0,34	6,28	1,50	-3,94	-0,94
IX bis	-1,200	6,02	1,43	-3,40	-0,81
ensemble					
	-1,600	11,63	0,76	-0,19	-0,06
VII	-2,350	11,32	0,70	29,65	1,54

Cette fois-ci, les valeurs sont acceptables :

– le hourdis supérieur voit sa contrainte ramenée à $|\tau^*| - \sigma^* = 2,66$ MPa,

– et le voile, qui conserve la valeur maximum, est à $|\tau^*| - \sigma^* = 3,32$ MPa proche de $f_{csd} = 3,19$ MPa

3.2.4 – Détermination et répartition des armatures

De manière à montrer complètement l'influence bénéfique de la précontrainte, on présentera ci-après les deux calculs d'armatures. On distingue les différentes zones :

Encorbellement

Hourdis supérieur, au bord de l'ancrage D ($t_c = -4,650$), l'effort est maximum ainsi que le ferrailage :

Sans précontrainte transversale

$$A_{sc\ red} = \frac{12,67}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{4,07}{3,19}} \right) = 291,56 \times 1,10 = 321,78 \text{ cm}^2 \text{ (mais la contrainte n'est pas respectée).}$$

$$\text{Avec précontrainte transversale } A_{sc\ red} = \frac{8,28}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{2,66}{3,19}} \right) = 190,5 \times 0,93 = 177,28 \text{ cm}^2$$

Voile incliné ($t_c = -5,050$), l'effort est maximum ainsi que le ferrailage :

$$\text{Sans précontrainte } A_{sc\ red} = \frac{9,15}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{4,60}{3,19}} \right) = 210,5 \times 1,16 = 244,20 \text{ cm}^2 \text{ (en rappelant que, de toutes façons, la contrainte est inacceptable).}$$

$$\text{Avec précontrainte } A_{sc\ red} = \frac{6,60}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{3,32}{3,19}} \right) = 151,1 \times 1,02 = 154,15 \text{ cm}^2$$

Côté intérieur

- Hourdis supérieur (coupure avant l'entretoise verticale) :

Sans précontrainte $A_{sc\ red} = \frac{2,76}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{0,57}{3,19}} \right) = 63,7 \times 0,54 = 34,27 \text{ cm}^2$

Avec précontrainte, l'effort est négatif, la section d'armatures est nulle.

- Hourdis inférieur

Les efforts sont très faibles, et comme ci-dessus, avec la précontrainte, l'effort $|V^*| - N^*$ devient négatif.

- Ame

La coupure $t_c = -2,350$ au bord de l'âme courante (mais traversant l'entretoise d'about) conduit aux valeurs suivantes :

Sans précontrainte $A_{sc\ red} = \frac{36,59}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{1,97}{3,19}} \right) = 841,1 \times 0,83 = 697,02 \text{ cm}^2$

Avec précontrainte $A_{sc\ red} = \frac{29,65}{435} \times \left(0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{1,22}{3,19}} \right) = 681,7 \times 0,76 = 515,30 \text{ cm}^2$

En résumé, les sections d'armatures sont les suivantes :

- Hourdis supérieur côté encorbellement $A_{sc} = 177,28 \text{ cm}^2$
- Voile incliné $A_{sc} = 154,15 \text{ cm}^2$
- Ame côté intérieur $A_{sc} = 515,3 \text{ cm}^2$

La longueur de répartition des armatures est de $2/3 L_{Rh} \approx 5,60 \text{ m}$, à diviser en deux zones de $2,80 \text{ m}$ de longueur.

La géométrie des épaissements d'extrémité a été présentée figure 71 : ceux-ci règnent sur une longueur de $1,90 \text{ m}$ environ pour le hourdis supérieur côté encorbellement et le voile, leurs épaisseurs respectives étant de $0,85 \text{ m}$ et $0,50 \text{ m}$.

Hourdis supérieur côté encorbellement

Dans cette zone, il existe une ligne d'ancrage, nécessitant une section d'armatures de $18,36 \text{ cm}^2$ dans le bloc d'impact (c'est-à-dire sur $0,48 \text{ m}$ de profondeur avec une densité de $38 \text{ cm}^2/\text{m}$). Au-delà du bloc d'impact, on doit mettre en place $2/3 A_{sc} - A_e = 2/3 \times 177,28 - 18,36 = 99,83 \text{ cm}^2$ sur $2,80 - 0,48 = 2,32 \text{ m}$, soit une densité de $43 \text{ cm}^2/\text{m}$ analogue à celle du bloc d'impact. On disposera donc la quantité de $2/3 A_{sc} = 2/3 \times 177,28 = 118,19 \text{ cm}^2$ répartie sur la première longueur de $2,80 \text{ m}$ (d'où une densité de $42 \text{ cm}^2/\text{m}$) et le reste ($59,1 \text{ cm}^2$ soit $21 \text{ cm}^2/\text{m}$) sur la seconde.

On peut disposer 4 lignes d'armatures dans la zone de $0,85 \text{ m}$ d'épaisseur (de $1,90 \text{ m}$ de longueur) et seulement 2 dans celle de $0,23 \text{ m}$ d'épaisseur. En choisissant des HA20 extérieurs et des HA16 intérieurs (total $10,30 \text{ cm}^2$), cela conduit à un espacement régulier de $0,20 \text{ m}$ et à une section totale de 124 cm^2 sur $2,80 \text{ m}$. On constate que la densité de ferrailage n'est pas du tout excessive. Dans la seconde zone, on poursuivra avec des HA16 avec un espacement de $0,20 \text{ m}$.

Voile incliné

Celui-ci est le plus dimensionnant du fait de l'absence d'ancrage et des armatures correspondantes : la section de 154 cm^2 est à répartir en $2/3 A_{sc} = 102,8 \text{ cm}^2$ sur la première partie et le reste sur la seconde. Cela correspond à $54 \text{ cm}^2/\text{m}$ en première zone. Cette zone comporte une épaisseur de $0,50 \text{ m}$ sur $1,90 \text{ m}$ de longueur, dans laquelle on peut disposer 3 plans d'armatures. L'épaisseur en partie courante de $0,16 \text{ m}$ limite les armatures utilisables à du HA16. On disposera des HA20 dans la zone la plus épaisse. Un espacement de $0,20 \text{ m}$ satisfait à ces conditions (total $106,17 \text{ cm}^2$) et est homogène avec celui du hourdis supérieur.

Dans la deuxième zone, on met la moitié de cette densité, soit $27 \text{ cm}^2/\text{m}$ (soit 2 HA16 dans une épaisseur de $0,16 \text{ m}$ avec un espacement de $0,20 \text{ m}$ en doublant une armature sur deux).

Ame

Comme il a été défini dans les règles de calcul de la diffusion, il n'y a pas à examiner ce qui se passe dans les "hourdis" perpendiculaires au plan d'étude. Etudiant ici la diffusion horizontale, c'est l'âme qui n'est pas strictement concernée. Mais on doit se rendre compte que la coupure verticale à l'abscisse $-2,35 \text{ m}$ (par rapport à l'axe du tablier) ne traverse que l'âme épaissie sur une longueur de $3,50 \text{ m}$ (cf. Fig. 71). Cette coupure est donc valable du point de vue des phénomènes de diffusion dans cette zone.

Dans la partie épaissie, on tient compte des armatures des ancrages : $7 \times 18,36 \text{ cm}^2$ sur une longueur de $0,48 \text{ m}$, ce qui correspond à une densité de $268 \text{ cm}^2/\text{m}$. Il reste à disposer une section de $2/3 \times 515,3 - 128,5 = 215,0 \text{ cm}^2$ sur une distance de $2,80 - 0,48 = 2,32 \text{ m}$, soit $93 \text{ cm}^2/\text{m}$ (à comparer avec le nombre précédent). Dans la zone suivante, il faut mettre en place 172 cm^2 , soit $61 \text{ cm}^2/\text{m}$.

D'un point de vue pratique, cela conduit à disposer :

dans le bloc d'impact, 7 cadres HA20 sur $0,48 \text{ m}$ avec un espacement de $0,20 \text{ m}$, complétés par 2 autres cadres (soit $285 \text{ cm}^2/\text{m}$) sur toute la hauteur de $4,00 \text{ m}$;

puis sur les $2,32 \text{ m}$ suivants, en tenant compte du ferrailage déjà mis en place pour le hourdis supérieur (4 lits de HA16 sur $0,85 \text{ m}$ d'épaisseur), 12 lits de HA14 ($18,47 \text{ cm}^2$) à l'espacement de $0,33 \text{ m}$ seraient suffisants. Par homogénéité, on mettra des HA12 à l'espacement de $0,25 \text{ m}$;

et enfin, 6 lits de HA12 peuvent être prolongés à l'espacement de $0,25 \text{ m}$ dans la dernière zone de ferrailage.

On constate que le ferrailage est minimal et que la flexion transversale locale pourra être prépondérante.

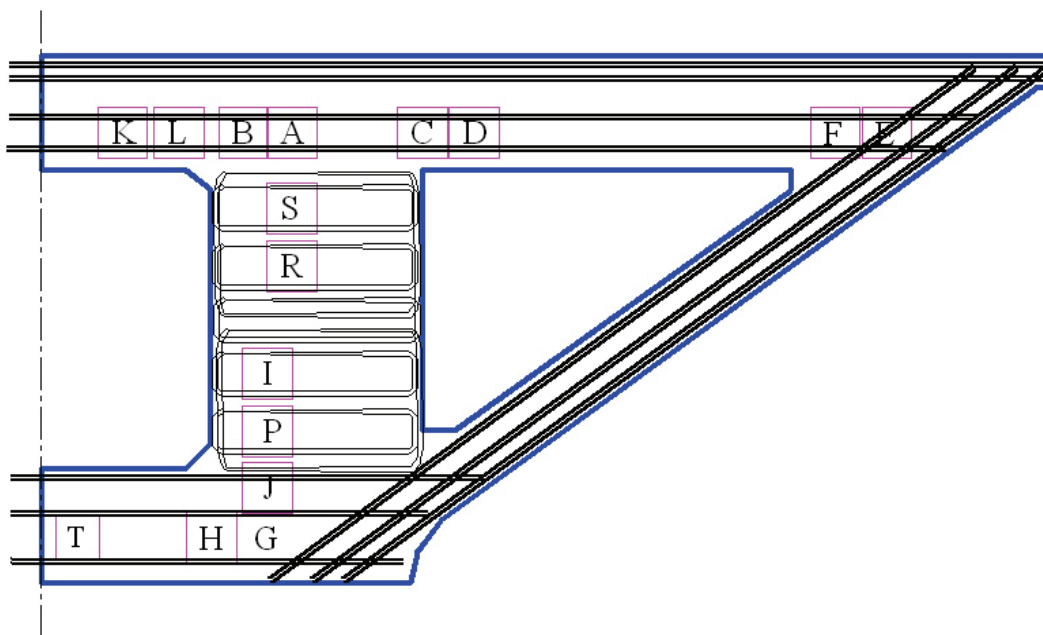


Fig. 78 - Principe de ferrailage - première zone (section renforcée)

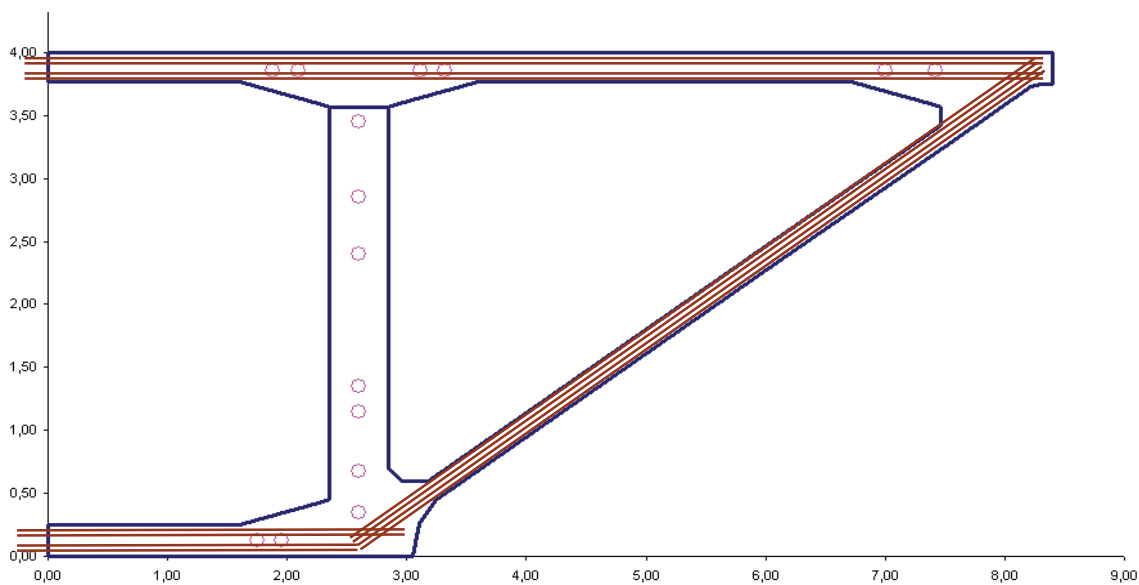


Fig. 79 - Principe de ferrailage - deuxième zone (section courante)

Notes personnelles

Notes personnelles

Notes personnelles

Notes personnelles

Notes personnelles

46 avenue
Aristide Briand
BP 100
92225 Bagneux Cedex
France
téléphone :
33 (0)1 46 11 31 31
télécopie :
33 (0)1 46 11 31 69
internet : www.setra.equipement.gouv.fr

Ce guide fait suite au document sur les « Zones de diffusion des efforts concentrés ».

Ce dernier donne les règles pour traiter ces zones délicates devenues particulièrement sensibles du fait de l'augmentation continue de la puissance unitaire des câbles de précontrainte et du problème du dimensionnement des zones d'ancrage, qui peuvent donner lieu à des fissurations de caractère pathologique.

Le présent guide présente des exemples de détermination des efforts dans différents cas typiques que l'on peut rencontrer couramment :

- *caisson à deux âmes à câbles horizontaux*
- *poutre de VIPP*
- *PSIDP*
- *voussoir sur culée d'un caisson classique*
- *caisson à quatre âmes*

Ces exemples – outre une présentation détaillée de la démarche de calcul – comporte des remarques et observations montrant les principes d'une « bonne conception » permettant un bon fonctionnement des structures soumises aux importants efforts de précontrainte. L'objectif est d'éviter des interprétations erronées, pouvant donner lieu à des discussions, voire des litiges, entre bureaux d'études et contrôleurs.

Tous les numéros de référence, ISBN, ISRN sont attribués par le service Communication action commerciale.

Renseignements commerciaux... Voir page 11 charte graphique du Sétra.
Document disponible au bureau de vente du Sétra
46 avenue Aristide Briand – BP 100 – 92225 Bagneux Cedex – France
téléphone : 33(0)1 46 31 53 – télécopie : 33 (0)1 46 11 33 55

ou

Document consultable et téléchargeable sur les sites web du Sétra :

- Internet : <http://www.setra.equipement.gouv.fr>
- I2 (réseau intranet du ministère de l'Équipement) : <http://intra.setra.i2>

Référence : xxxxxx

Mentions légales... Voir page 11 charte graphique du Sétra.

Crédit photo : Voir page 11 charte graphique du Sétra.

L'autorisation du Sétra est indispensable pour la reproduction même partielle de ce document.

© 2004 Sétra – Dépôt légal : N° ISBN ou ISRN

Le Sétra appartient
au Réseau Scientifique
et Technique
de L'Équipement



Ce document « Exemples d'application » accompagne le guide méthodologique « Diffusion des efforts concentrés ».

Il donne les règles pour traiter ces zones délicates devenues particulièrement sensibles du fait de l'augmentation continue de la puissance unitaire des câbles de précontrainte et du problème du dimensionnement des zones d'ancrage, qui peuvent donner lieu à des fissurations de caractère pathologique.

Il présente des exemples de détermination des efforts dans différents cas typiques que l'on peut rencontrer couramment :

- caisson à deux âmes à câbles horizontaux
- poutre de VIPP
- PSIDP
- voussoir sur culée d'un caisson classique
- caisson à quatre âmes.

Ces exemples - outre une présentation détaillée de la démarche de calcul - comporte des remarques et observations montrant les principes d'une « bonne conception » permettant un bon fonctionnement des structures soumises aux importants efforts de précontrainte. L'objectif est d'éviter des interprétations erronées, pouvant donner lieu à des discussions, voire des litiges, entre bureaux d'études et contrôleurs.

Le guide méthodologique et le document « Exemples d'application » sont indissociables et ne peuvent être vendus séparément.

Ces documents sont disponibles au bureau de vente du Sétra
46 avenue Aristide Briand - BP 100 - 92225 Bagneux Cedex - France
téléphone : 33 (0)1 46 11 31 53 - télécopie : 33 (0)1 46 11 33 55
Référence : 0634 - Prix de vente de l'ensemble : **20 €**

*Couverture - crédits photos : Sétra / CTOA
Conception graphique, mise en page : Sétra
Impression : Caractère - 2, rue Monge - BP224 - 15002 Aurillac-Cedex
L'autorisation du Sétra est indispensable pour la reproduction, même partielle, de ce document.
© 2006 Sétra - Dépôt légal : 4^{ème} trimestre 2006 - ISBN : 2-11-095820-0*



*Ce document participe à la protection de l'environnement.
Il est imprimé avec des encres à base végétale sur du papier écolabélisé PEFC.
CTBA/06-00743*



Le Sétra appartient
au Réseau Scientifique
et Technique
de l'Équipement